SKRIPSI

SOLUSI NUMERIK MODEL PENYEBARAN PADA PENYAKIT HEPATITIS B DI PROVINSI SULAWESI SELATAN MENGGUNAKAN METODE RUNGE-KUTTA ORDE EMPAT

Imam Satriyah Sair

1311141005

PRODI MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI MAKASSAR

2018

SKRIPSI

SOLUSI NUMERIK MODEL PENYEBARAN PADA PENYAKIT HEPATITIS B DI PROVINSI SULAWESI SELATAN MENGGUNAKAN METODE RUNGE-KUTTA ORDE EMPAT

Diajukan sebagai prasyarat dalam menyelesaikan
Program S1 pada Prodi Matematika
Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Makassar

Imam Satriyah Sair
1311141005

PRODI MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI MAKASSAR

2018

PENGESAHAN SKRIPSI

Skripsi atas nama Imam Satriyah Sair, NIM : 1311141005 dengan judul SOLUSI NUMERIK MODEL PENYEBARAN PADA PENYAKIT HEPATITIS B DI PROVINSI SULAWESI SELATAN MENGGUNAKAN METODE RUNGE-KUTTA ORDE EMPAT, diterima oleh Panitia Ujian Skripsi Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Makassar, dengan SK. No. 87 /UN36.1/PP/2018, Tanggal 8 Januari 2018 untuk memenuhi sebagian persyaratan guna memperoleh gelar Sarjana Matematika pada Jurusan Matematika pada Hari Jumat, Tanggal 26 Januari 2018.

Disahkan Oleh:
Dekan FMIPA UNM Makassar

KEMENTERIAN RISET, TEKNOLOGI, DAN PENDIDIKAN TINGGI UNIVERSITAS NEGERI MAKASSAR FMIPA

Prof. Dr. Abdul Rahman, M.Pd.
NIP. 19620417 198803 1 001

Panitia Ujian:

1. Ketua Ujian : *Drs. Suwardi Annas, M.Si., Ph.D.* (..............................)
2. Sekretaris : *Dr. H. Rahmat Syam, S.T. M.Kom* (..............................)
3. Pembimbing I : *Prof. Syafruddin Side, M.Si., Ph.D.* (..............................)
4. Pembimbing II : *Dr. H. Rahmat Syam, S.T. M.Kom* (..............................)
5. Penguji I : *Ahmad Zaki, S.Si., M.Si.* (..............................)
6. Penguji II : *Sulaiman, S.Si., M.Kom, M.M.* (..............................)

PERNYATAAN KEASLIAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil karya sendiri, dan semua sumber baik yang dikutip maupun yang dirujuk telah saya nyatakan dengan benar. Bila dikemudian hari ternyata pernyataan saya terbukti tidak benar, maka saya bersedia menerima sanksi yang telah ditetapkan oleh FMIPA UNM Makassar.

Yang membuat pernyataan,

Nama	: Imam Satriyah sair
NIM	: 1311141005
Pada	: 10 Januari 2018

PERSETUJUAN PUBLIKASI UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIK

Sebagai civitas akademi Universitas Negeri Makassar, saya bertanda tangan di bawah ini :

Nama	: Imam Satriyah Sair
Nim	: 1311141005
Program Studi	: Matematika
Jurusan	: Matematika
Fakultas	: MIPA

demi pengembangan ilmu pengetahuan, saya menyetujui untuk memberikan kepada Universitas Negeri Makassar **Hak Bebas Royalti Non-Ekslusif** (*Non-Ekslusive Royalti Free Right*) atas skripsi yang berjudul **"Solusi Numerik Model Penyebaran Pada Penyakit Hepatitis B Di Provinsi Sulawesi Selatan Menggunakan Metode Runge-Kutta Orde Empat"**, beserta perangkat yang ada (jika diperlukan). Dengan Hak Bebas Royalti Non-Ekslusif, Universitas Negeri Makassar berhak menyimpan mengalih media/formatkan, mengelola dalam bentuk pangkalan data (*database*), merawat dan mempublikasikan skripsi saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis, pencipta dan pemilik hak cipta serta tidak dikomersilkan.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya

Dibuat di	: Makassar
Pada	: 10 Januari 2018

Menyetujui
Pembimbing I

Prof. Dr. Syafruddin Side, M.Si.,M.Si.
NIP.19720202 199702 1 002

Yang Menyatakan

Imam Satriyah Sair
NIM. 1311141005

MUTIARA HIKMAH DAN PERSEMBAHAN

“Sesungguhnya semua amalan itu terjadi dengan niat, dan setiap orang mendapatkan apa yang dia niatkan”. [HR. Bukhâri, no. 1; Muslim, no. 1907; dari Umar bin al-Khaththâb Radhiyallahu anhu]

”Selalu berpikir besar dan bertindak mulai sekarang”
(Imam satriyah sair)

Kupersembahkan karya sederhana ini sebagai tanda terimakasih dan wujud baktiku kepada kedua orang tuaku tercinta. ***Muh Sair dan Nur Hairiyah*** *yang telah mengurai cinta kasih tak bertepi lewat doa, nasihat, kasih sayang, keteladanan dan pengorbanan, serta sujud-sujud panjangnya demi kesuksesan penulis dalam meraih kesuksesan. Tiada balas budi yang berharga kecuali doa, rasa hormat dan cinta kasihku.*

ABSTRAK

Imam Satriyah Sair. 2018. " Solusi Numerik Model Penyakit Hepatitis B Menggunakan Metode Runge-Kutta Orde Empat". **Skripsi.** Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Makassar. (dibimbing oleh Syafruddin Side dan Rahmat Syam).

Penelitian ini dilakukan untuk mencari solusi secara numerik model matematika penyakit Hepatitis B di Provinsi Sulawesi Selatan menggunakan metode Runge-Kutta orde empat. Model matematika penyakit Hepatitis B berbentuk sistem persamaan diferensial yang mencakup variabel *S* (*Susceptible*), *E* (*Exposed*), *I* (*Infected*), dan *V* (*Vaccinated*) disederhanakan menjadi kelas individu rentan *(S)*, eksposed *(E)*, terinfeksi *(I)* dan tervaksin *(V)* sebagai nilai awal. Nilai π, μ, ρ, σ, γ, ω, β, φ sebagai parameter yang diselesaikan secara numerik menggunakan metode Runge-Kutta orde empat yang dilakukan sebanyak 5000 iterasi dengan waktu interval h = 0,01 bulan menggunakan data dari Dinas Kesehatan Provinsi Sulawesi Selatan tahun 2015. Berdasarkan nilai awal setiap kelas yaitu: $S_{(0)}$=821.950, $E_{(0)}$=0, $I_{(0)}$ = 504 dan $V_{(0)}$ = 3.426. Nilai awal dan nilai parameter disubtitusi ke dalam solusi numerik terhadap model disimulasikan menggunakan maple sebagai alat bantu. Nilai laju setiap kelas untuk 50 bulan ke depan saat t = 50 untuk laju kelas individu rentan *(S)* sebesar 778214,untuk kelas individu terekspose *(E)* sebesar 0, untuk kelas individu terinveksi *(I)* sebesar 1 dan untuk kelas individu tervaksin *(V)* sebesar 6. Ini berarti bahwa populasi penyakit hepatitis B untuk beberapa bulan ke depan akan mengalami penurunan.

Kata kunci: *Hepatitis B, Runge-Kutta orde empat, Solusi numerik*

ABSTRACT

Imam Satriyah Sair. 2018. "Numerical Solution Model Hepatitis B Disease Using Fourth Order Runge-Kutta Method". **Thesis.** Department of Mathematics, Faculty of Mathematics and Natural Sciences. Makassar State University. (Supervisor; Syafruddin Side and Rahmat Syam).

This study discusses the solution numerically using the fourth order Runge-Kutta method on the mathematical model of Hepatitis B disease at the south Sulawesi province. The mathematical model of Hepatitis B disease in the form of a system of differential equations that includes S (Susceptible), E (Exposed), I (Infected), and V(Vaccinated) which has been simplified into the individual susceptible class (S), exposed (E), infected (I) and vaccinated (V) as the initial value. The value of π, μ, ρ, σ, γ, ω, β, φ *as parameters were resolved numerically using the fourth order Runge-Kutta method and performed as 5000 iteration with interval time or h = 0,01 month used the data from Health Office of South Sulawesi Province in the 2015 year . For each class obtained initial values are:* $S_{(0)} = 821.950$, $E_{(0)} = 0$, $I_{(0)} = 504$ *and* $V_{(0)} = 3.426$. *Initial values and parameters values are substituted into numerical solutions to the model which are then simulated using maple. The rate of each class for 50 month ahead of time t = 50 for the rate individual susceptible class (S) amount 778214, for the individual exposed class (E) amount 0, for the individual infected class (I) amount 1 and for the individual vaccinated class (V) amount 6. It means that the population of Hepatitis B disease for the next few months will be decline.*

Keywords: *Hepatitis B, Fourth order Runge-Kutta, Numerical solution*

KATA PENGANTAR

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

Assalamu Alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh.

Syukur Alhamdulillah penulis panjatkan kehadirat Allah SWT, atas berkat rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul “Solusi Numerik Model Penyakit Hepatitis B Menggunakan Metode Runge-Kutta Orde Empat”, sebagai salah satu syarat menyelesaikan studi di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Makassar. Shalawat serta salam semoga senantiasa tercurahkan kepada nabi besar Muhammad SAW, para keluarga, sahabat, dan orang-orang yang senantiasa istiqamah di atas ajarannya.

Ucapan terima kasih yang teristimewa penulis ucapkan kepada Ayahanda Muh. Sair S.Ag dan Ibunda Nur Hairiyah yang selalu memberikan cinta, nasihat, kasih sayang, didikan, kepercayaan dan pengorbanan untuk Ananda.

Iringan doa dan ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya penulis sampaikan, terutama kepada :

1. Bapak Prof. Dr. H. Husain Syam, M.TP., Rektor Universitas Negeri Makassar.
2. Bapak Prof. Dr. Abdul Rahman, M.Pd., Dekan Fakultas Matematika dan llmu Pengetahuan Alam UNM.
3. Bapak Dr. Awi Dassa, M.Si., Ketua Jurusan Matematika FMIPA UNM Makassar

4. Ibu Hj. Wahidah Sanusi, S.Si.,M.Si.,Ph.D., Ketua Program Studi Matematika Jurusan Matematika FMIPA UNM Makassar.
5. Bapak Prof. Dr. Syafruddin Side, S.Si., M.Si., selaku pembimbing I dan Bapak Dr. H. Rahmat Syam, S.T.,M.Kom selaku pembimbing II atas segala bimbingan dan arahan yang diberikan kepada penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.
6. Bapak Ahmad Zaki, S.Si., M.Si., selaku Penguji I dan Bapak Sulaiman, S.Si, M.Kom, M.M., selaku penguji II atas segala saran dan arahan yang diberikan kepada penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.
7. Bapak/Ibu dosen Jurusan Matematika FMIPA UNM yang telah menyalurkan ilmunya secara ikhlas serta mendidik penulis.
8. Saudara-saudara yang turut mendoakan dan memotivasi penulis, Adik Andi Ashabul Khair S, Adik Andi Ahlul Ansari S dan Kakak Ns. Nia Duhriyah Sair S.Kep.
9. Keluarga dari ayah dan ibu serta para sepupu yang senantiasa selalu mendoakan dan memberi dukungan terhadap penulis dan selalu melimpahi penulis dengan kasih sayang terutama kepada Bapak Muh. Nur S.Pd., M..Pd, Ibu Nur Hayati S.Ag. dan Ibu Nur Hayani S.Pd., M.Pd. yang telah membantu menyelesaikan pendidikan dalam segi material kepada penulis.
10. Dia yang selalu memberikan masukan, bantuan yang nampak maupun tidak, motivasi, nasehat serta saran dalam penulisan skripsi ini, Inayatul Mutmainnah.
11. Teman-teman seperjuangan “Matematika Sains 013” Taslim, Gutsman, Ilham, Anto, Dayat, Rahmat, Raid, Herna, ayu, Hikma, Nasrah, Disa, Titi, Sella, Faisah, Ida, Gita, Wakia, Noni, Meysi, Rahma, Diki, Sukma, Yanti, Selvi, Pute,

Wati, Dilla, Edi, Aswar, Mimin, Eka, Arif, Wawan, Odi, Amma, Anti, Katrin, Iski, Qadri, April, Dia dan Eni atas segenap bantuan dan semangatnya kepada penulis.

12. Teman-teman seperjuangan ”KKN-PPM kab. Pinrang 2016 Posko 1 Ammasangang” Iswandi Nur, Muhammad Edi Rizal, Sulaiman, Suyudi, Ayet, Haslinda, Ismi, Waqiah, Nesa, Ana, Atri, yang tak henti-hentinya menyalakan api semangat yang membara kepada penulis.
13. Teman-teman setongkrongan Marwandi Armas, Miswar Avogadro, Yudibianto Rano Pratama, Faisal Takbir, Alfian Umar dan Andi Arsy Mulki yang selalu memberikan hiburan kepada penulis.
14. Adik-adik angkatan 2014, 2015, dan 2016 yang tak bisa saya sebutkan satu persatu yang selama ini telah memberikan semangat dan motivasi keapada penulis.

Banyak insan yang telah berjasa dalam hidup ini, tapi lembaran-lembaran ini tidaklah cukup untuk semuanya. Penulis berharap semoga bantuan yang telah diberikan mendapatkan balasan dari Allah SWT , sebagai amal jariyah dan pahala yang berlipat ganda di sisi-Nya.

Akhirnya, semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi segenap pembaca.

Wassalamu ’alaikum warahmatullahi wabarakatuh.

Makassar, 10 Januari 2018

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR TABEL

DAFTAR NOTASI ATAU SIMBOL

S = Jumlah seluruh kelas populasi individu rentan

E = Kelas populasi individu terekspose

I = Kelas populasi individu terinfeksi

V = Kelas populasi individu tervaksin

σ = Parameter laju tingakat individu yang terekspose menjadi terinveksi

μ = Parameter laju kematian alami

π = Parameter Laju kelahiran dan imigrasi penduduk

ρ = Parameter Laju tingkat individu yang tervaksin

γ = Parameter Laju perpindahan individu tingkat individu terinfeksi yang telah sembuh menjadi individu tervaksin

β = Parameter laju tingkat invidu yang terinfeksi

ω = Parameter laju tingkat individu kehilangan kekebalan atau penurunan vaksin

φ = Parameter laju tingkat karantina individu yang terinfeksi atau tindakan perlindungan pada individu rentan

$S_{(0)}$ = Nilai awal untuk kelas populasi individu rentan

$E_{(0)}$ = Nilai awal untuk kelas populasi individu terekspose

$I_{(0)}$ = Nilai awal untuk kelas populasi individu terinfeksi

$V_{(0)}$ = Nilai awal untuk kelas populasi individu tervaksin

S_{i+1} = Solusi numerik dengan metode Runge-Kutta orde empat untuk kelas populasi individu rentan

E_{i+1} = Solusi numerik dengan metode Runge-Kutta orde empat untuk kelas populasi individu terekspose

I_{i+1} = Solusi numerik dengan metode Runge-Kutta orde empat untuk kelas populasi individu terinfeksi

V_{i+1} = Solusi numerik dengan metode Runge-Kutta orde empat untuk kelas populasi individu tervaksin

DAFTAR LAMPIRAN

BAB I
PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Matematika adalah salah satu disiplin ilmu memegang peranan penting dalam kajian ilmu diberbagai bidang keilmuan. Peranan matematika telah memberikan pengaruh yang sangat besar terhadap kemajuan pengetahuan dan teknologi dari tahun ke tahun. Model matematika termasuk salah satu bagian dari perkembangan tersebut, hampir semua permasalahan di dunia nyata dapat diformulasikan ke dalam model matematika. Salah satu cara yang digunakan untuk memformulasikan kedalam model matematika adalah Persamaan Diferensial.

Persamaan Diferensial (PD) merupakan salah satu cabang dari ilmu matematika yang termasuk topik penting karena persamaan diferensial memiliki peranan yang besar dalam kehidupan sehari-hari. Secara umum dapat diungkapkan bahwa setiap situasi fisik yang berhubungan dengan kecepatan perubahan suatu variabel lainnya akan menuju ke suatu diferensial dan situasi yang seperti ini sangat sering ditemukan (Ridwan, 2007).

Berbagai macam cara dapat dijumpai dalam penyelesaian diferensial baik dalam bentuk fungsi elementer atau dalam bentuk fungsi khusus. Namun demikian, ada suatu hal yang perlu diperhatikan bahwa sering terjadi persoalan praktis yang sukar diselesaikan dengan metode konvensional. Karena cara manual tersebut tidak banyak menolong, maka matematikawan berusaha membuat metode lain yang praktis digunakan. Salah satu metode penyelesaian permasalahan tersebut adalah metode numerik (Ridwan, 2007).

Saat ini metode numerik benyak ditemukan dan digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial. Namun demikian, setiap metode dalam metode numerik yang digunakan merupakan metode yang menyangkut satu jenis hampiran. Sehingga hampiran yang dihasilkan dari metode numerik menimbulkan permasalahan tentang bagaimana tingkat ketelitian dari hasil yang diperoleh dari suatu metode. Dari berbagai macam metode numerik dalam menyelesaikan persamaan diferensial, salah satunya adalah metode Runge-Kutta. (Ridwan, 2007).

Banyak permasalahan di dunia yang terkait dalam bidang matematika yang dapat dibentuk kedalam sistem persamaan diferensial. Salah satunya adalah tentang penyakit-penyakit yang ada di dunia ini baik penyakit menular maupun tidak menular. Penyakit yang semakin banyak diderita oleh penduduk dunia dan semakin meningkat setiap tahunnya, salah satunya penyakit Hepatitis B.

Penyakit Hepatitis B adalah penyakit infeksi yang disebabkan oleh virus hepatitis B (VHB) yang dapat berkembang menjadi penyakit kronis, sehingga terjadi pengerasan hati yang disebut dengan liver cirrhosis dan dapat pula berkembang menjadi kanker hati yang disebut dengan carcinoma hepatocelluler (Rizani, 2009).

Penyakit Hepatitis B merupakan salah satu penyakit menular yang memiliki tingkat penyebaran yang tinggi. Secara epidemiologi penyakit ini tersebar diseluruh dunia dan diperkirakan sekitar dua miliar orang terinfeksi virus hepatitis B, 240 juta orang secara kronis terinveksi virus Hepatitis B (didefenisikan sebagai hepatitis antigen pemukaan positif selama minimal 6 bulan) dan780.000 orang mininggal pertahun karena terinfeksi virus hepatitis B, 650.000 dari sirosis dan kangker hati akibat Hepatitis B kronis dan 130.000 dari hepatitis B akut (WHO, 2015 dalam Sulisdiana 2016).

Indonesia merupakan negara dengan endemisitas tinggi Hepatitis B, terbesar kedua di Negara *South East Asian Region* (SEAR) setelah Myanmar. Berdasarkan hasil Riset Kesehatan Dasar (Rikesdes), studi darah donor PMI maka diperkirakan diantara 100 orang Indonesia, 10 diantaranya telah terinfeksi Hepatitis B atau C. Sehingga saat ini diperkirakan tecatat 28 juta penduduk Indonesia yang terinfeksi Hepatitis B atau C, 14 juta di antaranya berporensi untuk menjadi kronis, dan dari yang kronis tersebut 1,4 juta orang berpotensi untuk menderita kangker hati (Infodatin, 2014).

Mengetahui permasalahan mengenai penyakit Hepatitis B yang sampai saat ini merupakan penyakit yang belum ditemukan pengobatan yang efektif untuk menyembuhkan penyakit tersebut atau bisa dikatan belum bisa disembuhkan, maka telah banyak peneliti yang menurunkan model matematika untuk penyakit Hepatitis B salah satunya adalah model SEIV (*Susceptible Exposed Infected Vaccinated).* Tujuan dari memodelkan penyakit hepatitis ini adalah untuk mengatahui perkembangan penyakit Hepatitis dalam berbagai hal dan mengetahui cara untuk meminimalisir penyakit Hepatitis.

Beberapa penelitian sebelumnya yang menggunakan model matematika untuk mengkaji penyakit hepatitis B diantaranya:

1. Analysis of a SEIV Epidemic Model with a Nonlinear Incidence Rate (Li-Ming Cai & Xue-Zhi Li, 2009)

2. Pemodelan Matematika SIR dengan Vaksinasi pada Penyebaran Penyakit Hepatitis B (Rosdiana, 2015)
3. Pemodelan Matematika SEIV (Susceptible Exposed Infected Vaccinated) pada Penyebaran Penyakit Hepatitis B di Provinsi Sulawesi Selatan (Sulisdiana, 2016)

Penelitian yang dilakukan Li-Ming Cai & Xue-Zhi Li (2009) mengkaji tentang pemodelan matematika SEIV dengan tingkat kejadian non-linear, kemudian Rosdiana (2015) meneliti mengkaji tentang pemodelan metematika SIR diturunkan ulang dengan memperhatikan pengaruh vaksinasi, kemudian menerapkannya pada kasus Hepatitis B di Provensi Sulawesi Selatan dan Sulisdiana (2016) mengkaji tentang model matematika tipe SEIV penyebaran penyakit Hepatitits B di Provinnsi sulawesi selatan.

Penelitian-penelitian tersebut hanya menggunakan model matematika dalam kajian penyakit Hepatitis B dan tidak mencari solusi numeriknya. Sehingga, penelitian yang akan dilakukan adalah menurunkan solusi numerik dari penelitian Sulisdiana (2016) yaitu pemodelan matematika SEIV (*Susceptible Exposed Infected Vaccinated*) pada penyebaran penyakit Hepatitis B di Provinsi Sulawesi Selatan menggunakan metode Runge-Kutta orde empat. Metode Runge-Kutta orde empat ini memberikan hasil ketelitian yang lebih tinggi dalam perhitungan dan pembulatan. Ini sudah dibuktikan dalam penelitiannya pada pemodelan dan simulasi dengan metode Euler dan Runge-Kutta (Kadaffi dalam Putri, 2013).

Metode Runge-Kutta adalah alternatif lain dari metode deret taylor yang tidak membutuhkan perhitungan turunan dan berusaha mendapatkan keteletian yang lebih tinggi, sekaligus menghindarkan pencarian turunan yang lebih tinggi dengan mengevaluasi fungsi $f(x, y)$ pada titik terpilih setiap selang langkah (Munir dalam Evira, 2015).

Berdasarkan latar belakang tersebut maka penulis mengangkat penelitian dengan judul "Solusi Numerik Model Penyebaran Penyakit Hepatitis B di Provinsi Sulawesi Selatan menggunakan Metode Runge-Kutta orde empat".

B. Rumusan Masalah

Berikut ini rumusan masalah yang akan dibahas dalam skripsi ini:

1. Bagaimana solusi numerik model penyakit Hepatitis B dengan menggunakan metode Runge-Kutta orde empat?
2. Bagaimana hasil simulasi model penyakit Hepatitis B yang diselesaikan secara numerik menggunakan metode Runge-Kutta orde empat di Provinsi Sulawesi Selatan?

C. Batasan Masalah

Berikut ini batasan masalah yang akan dibahas dalam skripsi ini:

1. Asumsi-asumsi yang digunakan untuk solusi numerik model matematika penyakit Hepatitis B menggunakan metode Runge-Kutta orde empat ini sebagai berikut:

a. Terdapat jumlah kelahiran dan kematian dalam suatu populasi.

b. Setiap individu yang lahir akan menjadi rentan.

c. Setiap individu yang terdeteksi akan menjadi terinfeksi.

d. Masa inkubasi penyakit hepatitis B 60-90 hari

e. Populasi konstan (tertutup).

2. Data-data yang akan digunakan untuk simulasi solusi numerik model adalah data penderita Hepatitis B pada tahun 2015 di Provinsi Sulawesi Selatan. Data diambil dari penelitan Sulisdiana(2016) yang diperoleh dari Dinas Kesehatan Provinsi Sulawesi Selatan. Untuk simulasi digunakan perangkat lunak *maple*.

D. Tujuan Penelitian

Dengan rumusan masalah tersebut maka tujuan penelitian yang ingin dicapai yaitu:

1. Menyelesaikan solusi numerik model Hepatitis B menggunakan metode Runge-Kutta orde empat.
2. Mengetahui hasil simulasi model penyakit Hepatitis B yang diselesaikan secara numerik menggunakan metode Runge-Kutta orde empat di Kota Makassar.

E. Manfaat Penelitian

Setelah melakukan penelitian diharapkan dapat memberikan manfaat sebagai berikut:

1. Bagi Penulis

   Untuk menambah pengetahuan dan wawasan penulis khususnya dalam pemodelan matematika yang diselesaikan secara numerik untuk mencari solusinya, khususnya untuk penyakit Hepatits B dalam ilmu kedokteran serta permasalahan matematika dalam menyelesaikan masalah tersebut.

2. Bagi Pembaca

   Penelitian ini menjadi salah satu sumber pustaka untuk penelitian berikutnya yang berkenaan dengan penelitian ini.

3. Bagi FMIPA Universitas Negeri Makassar

   Menjadi sumber pustaka FMIPA Universitas Negeri Makassar yang dapat berguna bagi mahasiswa(i)nya.

4. Bagi Instansi Pemerintah

   Sebagai bahan rekomendasi bagi instansi-instansi yang terkait khususnya Dinas Kesehatan Provinsi Sulawesi Selatan untuk dilakukan beberapa pencegahan-pencegahan guna meminimalisir besaran jumlah penderita penyakit hepatitis B Provinsi Sulawesi Selatan.

BAB II
KAJIAN PUSTAKA

A. Persamaan Diferensial

Berikut disajikan beberapa definisi tentang persaman diferensial.

Definisi 2.1(Rustanto dkk, 2003)
Persamaan diferensial adalah suatu persamaan yang memuat satu atau lebih turunan dari suatu fungsi yang tak diketahui.

Definisi 2.2(Richard dan Gabriel, 2007)
Persamaan diferensial adalah suatu persamaan yang melibatkan suatu fungsi yang dicari turunannya. Suatu persamaan diferensial adalah suatu persamaan diferensial biasa (PDB) jika fungsi yang tidak diketahui hanya terdiri dari satu variabel independen. Jika fungsi yang dicari terdiri dari dua atau lebih variabel independen, persamaan diferensial tersebut adalah persamaan diferensial parsial (PDP).

Adapun contoh-contoh persamaan diferensial adalah sebagai berikut:

Contoh 1

a) $\frac{\partial y}{\partial x} + 2y = 2x^3$

b) $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = k^2 y + 2x$

c) $\frac{\partial v}{\partial s} - \frac{\partial v}{\partial t} = v$

d) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$

Contoh a dan b disebut persamaan diferensial biasa karena hanya memiliki satu peubah bebas. Contoh c dan d disebut persamaan didiferensial parsial karena memiliki lebih dari satu peubah bebas.

B. Persamaan Diferensial Biasa

Berikut disajikan definisi tentang persaman diferensial biasa.

Definisi 2.3 (Campbell dan Haberman dalam Putri, 2013)
Persamaan diferensial biasa adalah persamaan yang memuat turunan terhadap fungsi yang memuat satu variabel bebas. Jika x adalah fungsi dari t, maka contoh persamaan diferensial biasa adalah pada persamaan (2.1).

$$\frac{dx}{dt} = t^2 \cos x \tag{2.1}$$

Dimana persamaan (2.1) memiliki orde satu. Orde dari persamaan diferensial adalah turunan tertinggi pada fungsi tak diketahui (peubah tak bebas) yang muncul dalam persamaan diferensial.

Berdasarkan sifat kelinieran dari peubah tak bebasnya, persamaan diferensial biasa dapat dibedakan menjadi persamaan diferensial biasa linier dan persamaan diferensial biasa nonlinier.

1. Persamaan Diferensial Biasa (PDB) Linier
(Hidayat dalam Putri, 2013)

Persamaan diferensial biasa linier memiliki bentuk umum seperti pada persamaan (2.2).

$$a_n(t)\frac{d^nx}{dt^n} + a_{n-1}(t)\frac{d^{n-1}x}{dt^{n-1}} + \cdots a_1(t)\frac{dx}{dt} + a_0(t)x = f(t) \tag{2.2}$$

dengan$a_n \neq 0, a_n, a_{n-1}, \dots a_0$, disebut koefisien persamaan diferensial. Fungsi *f*(*t*) disebut input atau unsur nonhomogen. Jika *f*(*t*) disebut *input*, maka solusi dari persamaan diferensial *x*(*t*) biasanya disebut *output*. Jika ruas sebelah kanan bernilai nol untuk semua nilai *t* dalam interval yang ditinjau, maka persamaan ini dikatakan homogen, sebaliknya dikatakan nonhomogen.

Contoh 2

$$\frac{dx}{dt} = 2x + 3t$$

yang merupakan persamaan diferensial biasa linier non homogen order satu.

2. **Persamaan Diferensial Biasa (PDB) Non Linier**
(Hidayat dalam Putri, 2013)

Jika persamaan diferensial biasa tidak dapat dinyatakan dalam bentuk umum persamaan diferensial biasa linier, yaitu pada persamaan (2.2), maka persamaan diferensial tersebut adalah persamaan diferensial biasa nonlinier.

Contoh 3

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 3x^2 = \sin t$$

yang merupakan persamaan diferensial biasa non linier non homogen order dua.

C. Metode Numerik

Metode numerik adalah teknik yang digunakan untuk memformulasikan persoalan matematik sehingga dapat dipecahkan dengan operasi perhitungan atau aritmatika biasa (tambah, kurang, kali dan bagi).

Metode numerik disebut juga sebagai alternatif dari metode analitik, yang merupakan metode penyelesaian persoalan matematika dengan rumus-rumus aljabar yang sudah baku atau lazim. Disebut demikian, karena adakalanya persoalan matematika sulit diselesaikan atau bahkan tidak dapat diselesaikan secara analitik sehingga dapat dikatakan bahwa persoalan matematik tersebut tidak mempunyai solusi analitik. Sehingga sebagai alternatifnya, persoalan matematik tersebut diselesaikan dengan metode numerik. Perbedaan antara metode analitik dan metode numerik adalah metode analitik hanya dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan yang sederhana dan menghasilkan solusi yang sebenarnya atau solusi sejati. Sedangkan metode numerik dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan yang sangat kompleks dan nonlinier. Solusi yang dihasilkan dari penyelesaian secara numerik merupakan solusi hampiran atau pendekatan yang mendekati solusi eksak atau solusi sebenarnya. Hasil penyelesaian yang didapatkan dari metode numerik dan metode analitik memiliki selisih, dimana selisih tersebut dinamakan kesalahan (*error*) (Triatmodjo dalam Putri, 2013).

D. **Metode Runge-Kutta** (Triatmodjo dalam Putri, 2013)

Berikut disajikan definisi tentang metode Runge-Kutta.

Definisi 2.4

Metode Runge-Kutta merupakan metode yang memberikan ketelitian hasil yang lebih besar dan tidak memerlukan turunan dari fungsi. Bentuk umum dari metode Runge-Kutta seperti pada persamaan (2.3).

$$x_{i+1} = x_i + \Phi(t_i x_i h)h \tag{2.3}$$

Dengan $\Phi(t_i x_i h)$ *adalah fungsi pertambahan yang merupakan kemiringan rerata pada interval dan digunakan untuk mengekstrapolasi dari nilai lama*x_i*ke nilai baru*x_{i+1} *sepanjang interval*h*. Fungsi pertambahan dapat ditulis dalam bentuk umum seperti pada persamaa (2.4).*

$$\Phi = a_1 k_1 + a_2 k_2 + \cdots + a_n k_n \tag{2.4}$$

Dengan a *adalah konstanta dan* k *adalah persamaan (2.5) sampai (2.8)*

$$k_1 = f(t_i x_i) \tag{2.5}$$

$$k_2 = f(t_i + p_i h, x_i + q_{11} k_1, h) \tag{2.6}$$

$$k_3 = f(t_i + p_i h, x_i + q_{21} k_1 h + q_{22} k_2 h) \tag{2.7}$$

$$\dots$$

$$k_n = f\left(t_i + p_{n-1} h, x_i + q_{n-1,2} k_1 h + q_{n-1,2} k_2 h + \cdots + q_{n-1,n-1} k_{n-1} h\right) \tag{2.8}$$

berurutan. Nilai k_1 *muncul dalam persamaan (2.6), yang keduanya juga muncul dalam persamaan (2.7), dan seterusnya. Hubungan yang berurutan ini membuat metode Runge-Kutta efisien untuk hitungan komputer.*

Ada beberapa tipe metode Runge-Kutta yang tergantung pada nilain (orde) yang digunakan. Misalnya, untuk$n = 1$ disebut metode Runge-Kutta orde satu atau disebut juga metode Euler, yang diperoleh dari persamaan (2.4) dan (2.5) sehingga menjadi persamaan (2.9).

$$\Phi = a_1 k_1 = a_1 f(t_i x_i) \tag{2.9}$$

untuk $a_1 = 1$ maka menjadi seperti pada persamaan (2.10).

$$x_{i+1} = x_i + f(t_i x_i)h \tag{2.10}$$

Didalam metode Runge-Kutta, setelah nilai n ditetapkan, kemudian nilaia, p, q dicari dengan menyamakan persamaan (2.3) dengan suku-suku dari deret Taylor. Metode yang sering digunakan adalah metode Runge-Kutta orde dua, metode Runge-Kutta orde tiga dan metode Runge-Kutta orde empat.

1. Metode Runge-Kutta Orde Dua

Metode Runge-Kutta orde dua mempunyai bentuk sebagaimana pada Persamaan (2.11).

$$x_{i+1} = x_i + (a_1 k_1 + a_2 k_2)h \tag{2.11}$$

dengan nilai k_1 dan k_2 seperti pada persamaan (2.5) dan (2.6) serta untuk nilai a_1, a_2, p_1dan q_{11}dievaluasi dengan menyamakan persamaan (2.11) dengan deret Taylor orde dua seperti pada persamaan (2.12), sehingga didapatkan nilai sebagai mana persamaan (2.13) dan (2.14).

$$f(x_{i+1}) = f x_i + f' x_i \frac{\Delta x}{1!} + f'' x_i \frac{\Delta x}{2!} \tag{2.12}$$

$$a_1 + a_2 = 1 \tag{2.13}$$

$$a_2 p_1 = a_2 q_{11} = \frac{1}{2} \tag{2.14}$$

dengan memilih $a_1 = \frac{1}{2}$, maka didapatkan $a_2 = \frac{1}{2}$ dan $p_1 = q_{11} = 1$. Selanjutnya substitusikan nilai-nilai tersebut pada persamaan (2.11), sehingga didapatkan rumus metode Runge-Kutta orde dua seperti pada persamaan (2.15).

$$x_{i+1} = x_i + \frac{1}{2}(k_1 + k_2)h \tag{2.15}$$

dengan:

$k_1 = f(t_i x_i)$

$k_2 = f(t_i + h, x_i + k_1 h)$

2. Metode Runge-Kutta Orde Tiga

Metode Runge-Kutta orde tiga diturunkan dengan cara yang sama seperti Runge-Kuttaorde dua untuk nilai n = 3. Hasil dari turunan ini adalah enam persamaan dengan delapan bilangan tak diketahui. Oleh karena itu, dua bilangan tidak diketahui tersebut harus ditetapkan terlebih dulu untuk mendapatkan enam bilangan tak diketahui lainnya. Metode Runge-Kutta orde tiga memunyai bentuk sebagaimana pada persamaan (2.16).

$$x_{i+1} = x_i + \frac{1}{6}(k_1 + 4k_2 + k_3)h \tag{2.16}$$

dengan:

$k_1 = f(t_i x_i)$

$k_2 = f(t_i + h, x_i + k_1 h)$

$k_3 = f(t_i + h, x_i - k_1 h + 2k_2 h)$

3. Metode Runge –Kutta Orde Empat

Metode Runge-Kutta orde empat merupakan metode yang paling teliti dibandingkan dengan metode Runge-Kutta orde dua dan orde tiga. Oleh karena itu, metode Runge-Kutta orde empat sering digunakan untuk menyelesaikan suatu persamaan diferensial. Metode Runge-Kutta orde empat diturunkan dengan cara yang sama seperti metode Runge-Kutta orde dua untuk nilai n = 4 . Metode Runge-Kutta orde empat mempunyai bentuk sebagaimana pada persamaan (2.17).

$$x_{i+1} = x_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)h \qquad (2.17)$$

dengan:

$$k_1 = f(t_i x_i)$$

$$k_2 = f\left(t_i + \frac{1}{2}h, x_i + \frac{1}{2}k_1 h\right)$$

$$k_3 = f\left(t_i + \frac{1}{2}h, x_i + \frac{1}{2}k_2 h\right)$$

$$k_4 = f(t_i + h, x_i + k_3 h)$$

Metode Runge-Kutta orde empat ini mempunyai tingkat ketelitian solusi yang lebih tinggi daripada metode Runge-Kutta orde sebelumnya. Metode Runge-Kutta orde empat juga mudah diprogram, stabil, kecil kesalahan pemotongan dan juga kecil kesalahan pembulatan.

E. Solusi Masalah Nilai Awal dengan Metode Runge-Kutta Orde Empat (Ridwan, 2007)

Bentuk umum metode Runge-Kutta orde empat dapat dapat ditulis sebagaimana pada persamaan (2.18).

$$x_{i+1} = x_i + (a_1k_1 + a_2k_2 + a_3k_3 + a_4k_4)h; \quad i = 0,1,2,\dots,n \tag{2.18}$$

dimana:

$k_1 = f(t_{i,}x_i)$

$k_2 = f(t_i + p_1h, x_i + q_{11}k_1, h)$

$k_3 = f(t_i + p_2h, x_i + q_{21}k_1h + q_{22}k_2h)$

$k_4 = f(t_i + p_3h, x_i + q_{31}k_1h + q_{32}k_2h + q_{33}k_3h)$

Selanjutnya persamaan (2.18) disamakan dengan deret taylor orde dua sehingng diperoleh persamaan (2.19).

$$x_{i+1} = x_i + hf(t_i, x_i) + \tfrac{h^2}{2}f'(t_i, x_i) + \tfrac{h^3}{6}f''(t_i, x_i) + \tfrac{h^4}{24}f'''(t_i, x_i) \tag{2.19}$$

Jika f adalah fungsi sembarangan, maka dapat diperoleh:

$$f'(t_i, x_i) = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x}\frac{dx}{dt}$$

$$f''(t_i, x_i) = \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} + 2\frac{\partial^2 f}{\partial t \partial x}\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\left(\frac{dx}{dt}\right)^2$$

$$f'''(t_i, x_i) = \frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} + 2\frac{\partial^2 f}{\partial t \partial x}\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\left(\frac{dx}{dt}\right)^2\right]$$

$$+ \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} + 2\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial t}\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}\left(\frac{dx}{dt}\right)^2\right]\left(\frac{dx}{dt}\right)$$

$$= \frac{\partial^3 f}{\partial t^3} + 3\frac{\partial^3 f}{\partial t^2 \partial x}\frac{\partial x}{\partial t} + 3\frac{\partial^3 f}{\partial t \partial x^2} + \frac{\partial^3 f}{\partial x^3}\left(\frac{dx}{dt}\right)^3$$

Dengan mensubtitusi nilai f', f'', dan f''' kepersamaan deret taylor orde dua maka diperoleh persamaan (2.20).

$$x_{i+1} = x_i + hf(t_i, x_i) + \frac{h^2}{2} f'(t_i, x_i) + \frac{h^3}{6} f''(t_i, x_i) + \frac{h^4}{24} f'''(t_i, x_i)$$

$$x_{i+1} = x_i + hf(t_i, x_i) + \frac{h^2}{2}\left(\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x}\frac{dx}{dt}\right) + \frac{h^3}{6}\left(\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} + 2\frac{\partial^2 f}{\partial t \partial x}\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\left(\frac{dx}{dt}\right)^2\right) +$$
$$\frac{h^4}{24}\left(\frac{\partial^3 f}{\partial t^3} + 3\frac{\partial^3 f}{\partial t^2 \partial x}\frac{\partial x}{\partial t} + 3\frac{\partial^3 f}{\partial t \partial x^2} + \frac{\partial^3 f}{\partial x^3}\left(\frac{dx}{dt}\right)^3\right) \quad (2.20)$$

Kemudian mencari nilai a_1, a_2,a_3, a_4, a_5 ,p_1, p_2,p_3, q_{11}, q_{21},q_{22}, q_{31},q_{32}, q_{33} untuk menyamakan persamaan (2.18) dengan deret taylor pada k_2, k_3 dan k_4 dimana:

$$k_2 = f(t_i, x_i) + p_1 h\frac{\partial f}{\partial t} + q_{11} h f(t_i, x_i)\frac{\partial f}{\partial x}$$

$$k_3 = f(t_i, x_i) + p_2 h\frac{\partial f}{\partial t} + q_{21} h f(t_i, x_i)\frac{\partial f}{\partial x} + q_{22} h f(t_i, x_i)\frac{\partial f}{\partial x} + p_1 q_{22} h^2\frac{\partial^2 f}{\partial t \partial x} +$$
$$q_{11} q_{22} h^2 f(t_i, x_i)\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$$

$$k_4 = f(t_i, x_i) + p_3 h\frac{\partial f}{\partial t} + q_{31} k_1 h\frac{\partial f}{\partial x} + q_{32} k_2 h\frac{\partial f}{\partial x} + q_{33} k_3 h\frac{\partial f}{\partial x}$$

$$= f(t_i, x_i) + p_3 h\frac{\partial f}{\partial t} + q_{31} h f(t_i, x_i)\frac{\partial f}{\partial x} + q_{32} h\frac{\partial f}{\partial x}\left(f(t_i, x_i) + p_1 h\frac{\partial f}{\partial t} +\right.$$
$$\left. q_{11} h f(t_i, x_i)\frac{\partial f}{\partial x}\right) + q_{33} h\frac{\partial f}{\partial x}\left(f(t_i, x_i) + p_2 h\frac{\partial f}{\partial t} + q_{21} h f(t_i, x_i)\frac{\partial f}{\partial x} +\right.$$
$$\left. q_{22} h f(t_i, x_i)\frac{\partial f}{\partial x} + p_1 q_{22} h^2\frac{\partial^2 f}{\partial t \partial x} + q_{11} q_{22} h^2 f(t_i, x_i)\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right)$$

$$= f(t_i, x_i) + p_3 h\frac{\partial f}{\partial t} + q_{31} h f(t_i, x_i)\frac{\partial f}{\partial x} + q_{32} h\frac{\partial f}{\partial x} f(t_i, x_i) + p_1 q_{32} h^2\frac{\partial^2 f}{\partial t \partial x} +$$

$$q_{11}q_{32}h^2 f(t_i,x_i)\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + q_{33}hf(t_i,x_i)\frac{\partial f}{\partial x} + p_2 q_{33}h^2\frac{\partial^2 f}{\partial t\partial x} +$$

$$q_{21}q_{33}h^2 f(t_i,x_i)\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + q_{22}q_{33}h^2 f(t_i,x_i)\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + p_1 q_{22}q_{33}h^3\frac{\partial^3 f}{\partial t\partial x^2} +$$

$$q_{11}q_{22}q_{33}h^3 f(t_i,x_i)\frac{\partial^3 f}{\partial x^3}$$

Subtitusi nilai k_1, k_2, k_3 dan k_4 pada persamaan (2.12) sehingga diperoleh persamaan (2.21).

$$x_{i+1} = x_i + \Big[a_1 f(t_i,x_i) + a_2\Big(f(t_i,x_i) + p_1 h\frac{\partial f}{\partial t} + q_{11}hf(t_i,x_i)\frac{\partial f}{\partial x}\Big) +$$

$$a_3\Big(f(t_i,x_i) + p_2 h\frac{\partial f}{\partial t} + q_{21}hf(t_i,x_i)\frac{\partial f}{\partial x} + q_{22}hf(t_i,x_i)\frac{\partial f}{\partial x} +$$

$$p_1 q_{22}h^2\frac{\partial^2 f}{\partial t\partial x} + q_{11}q_{22}h^2 f(t_i,x_i)\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\Big) + a_4\Big(f(t_i,x_i) + p_3 h\frac{\partial f}{\partial t} +$$

$$q_{31}hf(t_i,x_i)\frac{\partial f}{\partial x} + q_{32}h\frac{\partial f}{\partial x}f(t_i,x_i) + p_1 q_{32}h^2\frac{\partial^2 f}{\partial t\partial x} +$$

$$q_{11}q_{32}h^2 f(t_i,x_i)\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + q_{33}hf(t_i,x_i)\frac{\partial f}{\partial x} + p_2 q_{33}h^2\frac{\partial^2 f}{\partial t\partial x} +$$

$$q_{21}q_{33}h^2 f(t_i,x_i)\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + q_{22}q_{33}h^2 f(t_i,x_i)\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + p_1 q_{22}q_{33}h^3\frac{\partial^3 f}{\partial t\partial x^2} +$$

$$q_{11}q_{22}q_{33}h^3 f(t_i,x_i)\frac{\partial^3 f}{\partial x^3}\Big)\Big]h$$

$$x_{i+1} = x_i + a_1 hf(t_i,x_i) + a_2 hf(t_i,x_i) + a_2 h^2 p_1\frac{\partial f}{\partial t} + a_2 h^2 q_{11}f(t_i,x_i)\frac{\partial f}{\partial x} +$$

$$a_3 hf(t_i,x_i) + a_3 h^2 p_2\frac{\partial f}{\partial t} + a_3 h^2 q_{21}f(t_i,x_i)\frac{\partial f}{\partial x} + a_3 h^2 q_{22}f(t_i,x_i)\frac{\partial f}{\partial x} +$$

$$a_3 h^3 p_1 q_{22}\frac{\partial^2 f}{\partial t\partial x} + a_3 h^3 q_{11}q_{22}f(t_i,x_i)\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + a_4 hf(t_i,x_i) + a_4 h^2 p_3\frac{\partial f}{\partial t} +$$

$$a_4 h^2 q_{31}f(t_i,x_i)\frac{\partial f}{\partial x} + a_4 h^2 q_{32}\frac{\partial f}{\partial x}f(t_i,x_i) + a_4 h^3 p_1 q_{32}\frac{\partial^2 f}{\partial t\partial x} +$$

$$a_4 h^3 q_{11}q_{32}f(t_i,x_i)\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + a_4 h^2 q_{33}f(t_i,x_i)\frac{\partial f}{\partial x} + a_4 h^3 p_2 q_{33}\frac{\partial^2 f}{\partial t\partial x} +$$

$$a_4h^3q_{21}q_{33}f(t_i,x_i)\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + a_4h^3q_{22}q_{33}f(t_i,x_i)\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} +$$

$$a_4h^4p_1q_{22}q_{33}\frac{\partial^3 f}{\partial t\partial x^2} + a_4h^4q_{11}q_{22}q_{33}f(t_i,x_i)\frac{\partial^3 f}{\partial x^3}$$

$$x_{i+1} = x_i + [a_1f(t_i,x_i) + a_2f(t_i,x_i) + a_3f(t_i,x_i) + a_4f(t_i,x_i)]h +$$

$$\Big[a_2p_1\frac{\partial f}{\partial t} + a_2q_{11}f(t_i,x_i)\frac{\partial f}{\partial x} + a_3p_2\frac{\partial f}{\partial t} + a_3q_{21}f(t_i,x_i)\frac{\partial f}{\partial x} +$$

$$a_3q_{22}f(t_i,x_i)\frac{\partial f}{\partial x} + a_4p_3\frac{\partial f}{\partial t} + a_4q_{31}f(t_i,x_i)\frac{\partial f}{\partial x} + a_4q_{32}\frac{\partial f}{\partial x}f(t_i,x_i) +$$

$$a_4p_3\frac{\partial f}{\partial t} + a_4q_{31}f(t_i,x_i)\frac{\partial f}{\partial x} + a_4q_{32}\frac{\partial f}{\partial x}f(t_i,x_i) + a_4q_{33}f(t_i,x_i)\frac{\partial f}{\partial x}\Big]h^2 +$$

$$\Big[a_3p_1q_{22}\frac{\partial^2 f}{\partial t\partial x} + a_3q_{11}q_{22}f(t_i,x_i)\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + a_4p_1q_{32}\frac{\partial^2 f}{\partial t\partial x} +$$

$$a_4q_{11}q_{32}f(t_i,x_i)\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + a_4p_2q_{33}\frac{\partial^2 f}{\partial t\partial x} + a_4q_{21}q_{33}f(t_i,x_i)\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} +$$

$$a_4q_{22}q_{33}f(t_i,x_i)\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\Big]h^3 + [a_4p_1q_{22}q_{33}\frac{\partial^3 f}{\partial t\partial x^2} +$$

$$a_4q_{11}q_{22}q_{33}f(t_i,x_i)\frac{\partial^3 f}{\partial x^3}]h^4 \tag{2.21}$$

Berdasarkan perbandingan persamaan (2.19) dan persamaan (2.20) maka diperoleh:

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 1$$

$$a_2p_1 + a_3p_2 + a_4p_3 = \frac{1}{2}$$

$$a_2q_{11} + a_3q_{21} + a_4q_{22} + a_4q_{31} + a_4q_{32} + a_4q_{33} = \frac{1}{2}$$

$$a_3p_1q_{22} + a_4p_1q_{32} + a_4p_2 = \frac{1}{6}$$

$$a_4q_{21}q_{33} = \frac{1}{6}$$

$$a_3q_{11}q_{22} + a_4q_{11}q_{32} + a_4q_{22}q_{33} = \frac{1}{6}$$

$$a_4 p_1 q_{22} q_{33} = \frac{1}{24}$$

$$a_4 q_{11} q_{22} q_{33} = \frac{1}{24}$$

Hasil yang diperoleh terdapat solusi tak hingga banyaknya, sehingga metode Runge-Kutta orde empat yang biasa dipakai untuk *i* = 0,1,2,3, ..., n adalah:

$$x_{i+1} = x_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)h$$

dimana:

$$k_1 = f(t_i, x_i)$$

$$k_2 = f\left(t_i + \frac{1}{2}h, x_i + \frac{1}{2}k_1 h\right)$$

$$k_3 = f\left(t_i + \frac{1}{2}h, x_i + \frac{1}{2}k_2 h\right)$$

$$k_4 = f(t_i + h, x_i + k_3 h)$$

F. Pemodelan Matematika

Berikut disajikan beberapa definisi tentang pemodelan matematika.

Definisi 2.5 (Widowati dan Sutimin, 2007)
Model matematika merupakan representasi matematika yang dihasilkan dari pemodelan matematika. Pemodelan matematika merupakan suatu proses merepresentasikan dan menjelaskan permasalahan pada dunia nyata ke dalam pernyataan matematis.

Definisi 2.6 (Side, 2014)
Hubungan antara komponen-komponen dalam suatu masalah yang dirumuskan dalam suatu persamaan matematik yang memuat komponen-komponen itu sebagai variabelnya, dinamakan model matematik. Proses untuk memperoleh model dari suatu masalah disebut pemodelan matematika.

Suatu model matematika dikatakan baik jika model matematika yang terbentuk dapat merepresentasikan atau mewakili suatu permasalahan dalam kehidupan nyata.

G. Hepatitis B

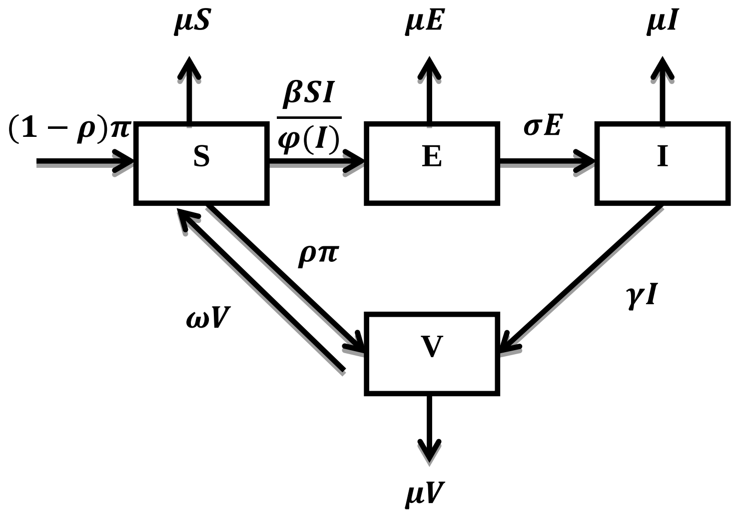
Istilah ”Hepatitis” dipakai untuk jenis peranan sel-sel hati, yang biasa disebabkan oleh infeksi (virus, bakteri, parasit), obat-obat (termasuk obat tradisional), komsumsi alcohol, lemak yang berlebihan dan penyakit autoimmune (Infodatin, 2014).

Penyakit Hepatitis B adalah penyakit infeksi yang disebabkan oleh virus Hepatitis B (VHB) yang dapat berkembang menjadi penyakit kronis, sehingga terjadi pengerasan hati yang disebut dengan *liver cirrhosis* dandapat pulaberkembang menjadi kanker hati yang disebut dengan *carcinoma hepatocelluler* (Rizani, 2009).

H. Pemodelan matematika SEIV (Susceptible Exposed Infected Vaccinated) pada Penyebaran Penyakit Hepatitis B di Provinsi Sulawesi Selatan

Model Hepatitis B dengan pengaruh vaksinasi dapat diklasifikasikan menjadi empat populasi, yaitu populasi *Susceptible*, populasi *Exposed*, populasi *Infected*, dan populasi *Vaccinated*. Populasi *Susceptible* yang disimbolkan dengan *S*, adalah populasi manusia yang rentan dan sehat terhadap penyakit.Populasi *Exposed* yang disimbol kandengan *E,* adalah populasi manusia yang terinfeksi tetapi belum bisa menularkan penyakit keindividu lainnya atau masih dalam masa inkubasi. Populasi *Infected* yang disimbolkan dengan *I*, adalah populasi manusia yang telah terinfeksi penyakit dan dapat menularkan penyakitnya ke individu lainnya. Populasi *Vaccinated* yang disimbol kandengan *V*, adalah populasi manusia yang tervaksin Hepatitis B tetapi juga dapat menjadi populasi *Susceptible* kembali karena tidak memiliki kekebalan alami dari tubuhnya (Sulisdiana, 2016).

Asumsi-asumsi yang digunakan untuk merumuskan model matematika penyakit Hepatitis B, yaitu: Terdapat jumlah kelahiran dan kematian dalam suatu populasi, setiap individu yang lahir akan menjadi rentan, masa inkubasi penyakit hepatitis B 60-90 hari, hanya terdapat satu macam penyebaran penyakit infeksi, dan populasi konstan (tertutup). Berdasarkan asumsi-asumsi di atas, diperoleh skema dinamika model matematika SEIV penyakit Hepatitis B, yang ditunjukkan pada Gambar 4.1.



Gambar 2.1 Kompartemen model SEIV (Sulisdiana, 2016)

Formulasi untuk model pada Gambar 2.1 dituliskan dalam bentuk persamaan diferensial sebagaimana persamaan (2.22) sampai (2.25).

$$\frac{dS}{dt} = (1-\rho)\pi - \frac{\beta SI}{\varphi(I)} - \mu S + \omega V \tag{2.22}$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\beta SI}{\varphi(I)} - (\mu + \sigma)E \tag{2.23}$$

$$\frac{dI}{dt} = \sigma E - (\mu + \gamma)I \tag{2.24}$$

$$\frac{dV}{dt} = \rho\pi + \gamma I - (\mu + \omega)V \tag{2.25}$$

$S =$ jumlah individu rentan, dengan $S \geq 0$.

$E =$ jumlah individu terekspose, dengan $E \geq 0$.

$I =$ jumlah individu terinfeksi, dengan $I \geq 0$.

$V =$ jumlah individu tervaksin, dengan $V \geq 0$.

$\pi =$ laju kelahiran dan imigrasi penduduk

$\rho =$ tingkat individu yang tervaksin

$\beta =$ tingkat individu yang terinfeksi

$\mu =$ laju kematian alami

$\sigma =$ tingkat individu yang terekspose menjadi terinfeksi

$\gamma =$tingkat individu terinfeksi yang telah sembuh menjadi individu tervaksin

$\omega =$ tingkat individu kehilangan kekebalan atau penurunan vaksin

$\varphi =$ tingkat karantina individu yang terinfeksi atau tindakan perlindungan pada individu rentan (Abdulrazak *et al*, Sulisdina 2016).

Populasi *susceptible* meningkat Karena adanya lajukelahiran π pada suatu populasi, individu yang tidak tervaksinasi $(1-\rho)\pi$ dan berakhirnya masa rentan kembali atau hilangnya kekebalan ω pada individu. Komparteman ini juga dapat berkurang karena adanya lajukematian bebas penyakit μS individu yang tervaksin $\rho\pi$, karantina individu yang terinfeksi atau tindakan perlindungan pada individu rentan $\omega(I)$ dan laju penyebaran oleh yang terinfeksi β. Populasi *exposed* dapat meningkat karena kejadian $\frac{\beta SI}{\omega(I)}$ berkurang karena laju kematian bebas penyakit serta laju penyebaran individu terekspose menjadi terinfeksi σE. Populasi *infected* meningkat karena adanya laju penyebaran individu terekspose menjadi terinfeksi σEdan berkurang karena mulainya masa pemulihan γI, adanya lajukematian bebas penyakit μI. Populasi *vaccinated* dapat meningkat karena individu rentan yang tervaksin $\rho\pi$, berakhirnya masa pemulihan γI, dan dapat pula berkurang karena adanya laju kematian bebas penyakit μV serta mulainya masa rentan kembali atau hilangnya kekebalan ωV pada individu.

Sesuai dengan asumsi tentang model SEIV, populasi diasumsikan tertutup sehingga faktor migrasi diabaikan. Hal tersebut dikarenakan migrasi dapat memberikan pengaruh terhadap perubahan model. Individu baru yang masuk dalam populasi yaitu kelahiran, laju kelahiran dihitung berdasarkan dari jumlah individu yang lahir per satuan waktu disimbolkan denganπ. Individu yang keluar yaitu individu yang mati secara alami, dimana laju kematian bebas penyakit disimbolkan dengan μ. Nilai π diperoleh dari kebalikan angka harapan hidup. Model SEIV ini menjelaskan bahwa setiap individu dapat memiliki kekebalan terhadap penyakit dengan pemberian vaksin, sehingga individu yang rentan tidak dapat terserang penyakit atau terserang penyakit tetapi tidak akan menjadi parah. Selain itu, individu rentan yang telah pulih akan terinfeksi kembali dan masuk pada kelompok rentan.

I. Penelitian Relevan

1. Rosdiana (2015)

   Penelitian Rosdiana (2015) yang berjudul “Pemodelan Matematika SIR dengan Vaksinasi pada Penyebaran Penyakit Hepatitis B” mengkaji tentang pemodelan metematika SIR diturunkan ulang dengan memperhatikan pengaruh vaksinasi, kemudian menerapkannya pada kasus hepatitis B di Provensi Sulawesi Selatan. Beberapa tingkat vaksinasi dibandingkan untuk melihat pengaruh vaksinasi pada penyebaran penyakit. Vaksinasi pada kasus ini tidak mempengaruhi proporsi jumlah individu *infected,* vaksinasi tidak mengobati penyakit hepatitis B atau mempercepat waktu menghilangnya penyakit dalam populasi, melainkan mencegah agar individu tidak terinfeksi penyakit hepatitis B.

2. Sulisdiana (2016)

Penelitian Sulisdiana yang berjudul "*Pemodelan Matematika SEIV pada Penyakit Hepatitis B di Provinsi Sulawesi Selatan*" mengkaji dan memformulasi model matematika SEIV terhadap penyakit hepatitis B, untuk menggambarkan penyebaran penyakit hepatitis B dengan pembagian kelas SEIV.

3. Astari (2017)

Meneliti tentang solusi numerik model penyakit diabetes mellitus tampa factor genetik dengan perawatan menggunakan metode Runge-Kutta orde empat. Dalam penelitian yang dilakukan adalah model penyakit diabetes mellitus tampa factor genetik yang berbentuk sistem persamaan diferensial diselesaikan secara numerik menggunakan metode Runge-Kutta orde empat.

Bedasarkan penelitian terdahulu yang relevan maka penulis ingin melakukan penelitian dengan mengkaji penyakit Hepatiti B yang berbentuk sistem persamaan diferensial kemudian diselesaikan secara numerik menggunakan metode rengu-kutta orde empat, dalam hal ini seperti yang dilakukan oleh Astari (2017). Namun pada penelitian ini penulis menggunakan model matematika penyakit hepatitis b pada penelitian Sulisdiana (2016).

BAB III
METODOLOGI PENELITIAN

A. Jenis Penelitian

Jenis Penelitian yang digunakan adalah penelitian kajian teori dan terapan, yaitu penelitian yang diarahkan untuk mendapatkan informasi yang dapat digunakan untuk memecahkan masalah dengan terlebih dahulu menyusun konsep-konsep sesuai kebutuhan mengenai solusi numerik pada model matematika yang berbentuk sistem persamaan diferensial dan melakukan simulasi untuk jumlah penderita penyakit Hepatits B di Provensi Sulawesi Selatan tahun 2015.

B. Objek kajian

Penelitian dilakukan dengan mengumpukan bahan materi sesuai topik penelitian kemudian menganalisisnya berdasarkan berbagai referensi yang ada di Perpustakaan Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Makassar maupun dari sumber-sumber lain yang berkaitan dengan solusi numerik dan materi-materi prasyarat lainnya.

C. Waktu dan Lokasi Penelitian

Penelitian dilaksanakan pada bulan Juli sampai sampai Agustus 2017 di Perpustakaan Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Makassar.

D. Prosedur Penelitian

Guna mencapai tujuan penelitian maka prosedur penelitian diterapkan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

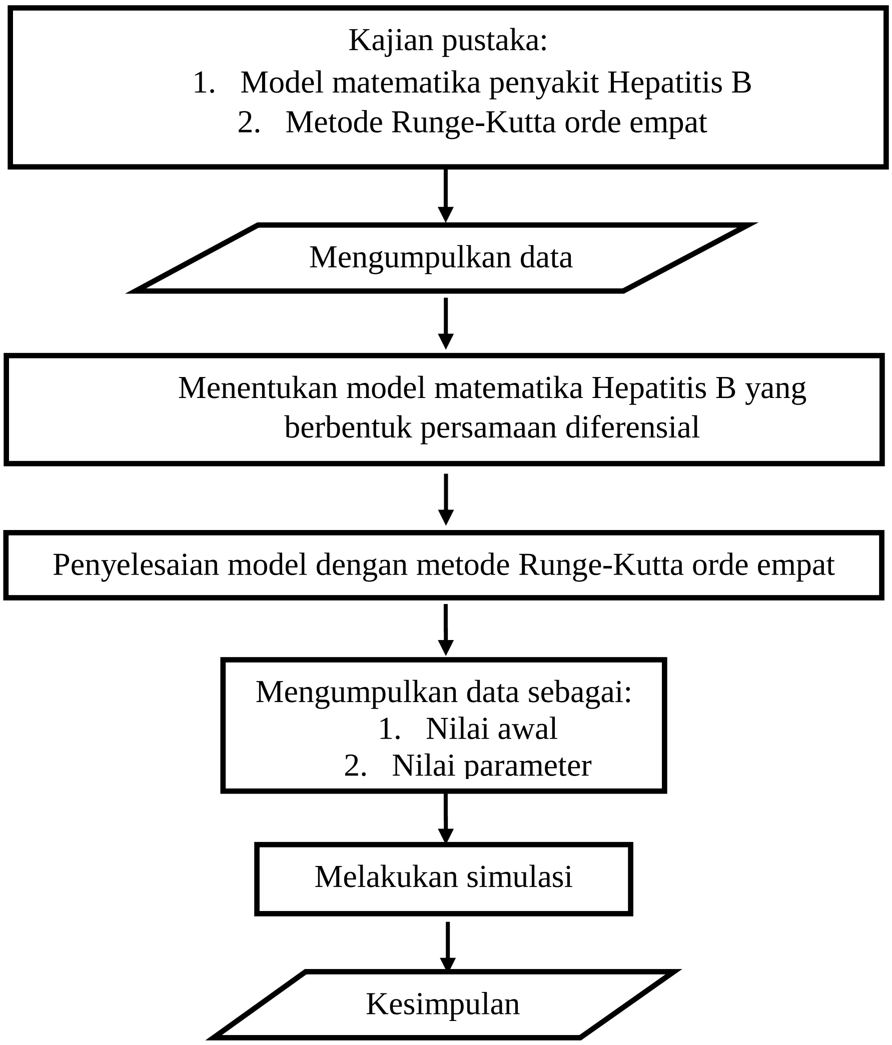
1. Menyelesaikan solusi numerik model penyakit Hepatitis B menggunakan metode Runge-Kutta orde empat. Adapun langkah-langkahnya sebagai berikut:
   a. Menentukan persamaan diferensial biasa pada model matematika penyakit Hepatitis B yang akan diselesaikan secara numerik meggunakan metode Runge-Kutta orde empat.
   b. Persamaan diferensial pada model matematika penyakit Hepatitis B diselesaikan secara numerik meggunakan metode Runge-Kutta orde empat.
2. Mensimulasikan model penyakit Hepatitis B yang diselesaikan secara numerik menggunakan metode Runge-Kutta orde empat. Adapun langkah-langkahnya sebagai berikut:
   a. Mengambil data sekunder yang ambil dari penelitan Sulisdiana(2016) yang diperoleh di Badan Pusat Statistik Provinsi Sulawesi Selatan dan Dinas Kesehatan Provinsi Sulawesi Selatan yang berkaitan dengan model matematika penyakit Hepatitis B.
   b. Menentukan nilai-nilai parameter yang ada pada model matematika penyakit hepatitis B yang akan diselesaikan secara numerik meggunakan metode Runge-Kutta orde empat.
   c. Memasukkan nilai awal dan nilai-.nilai parameter pada solusi numerik model penyakit Hepatitis B menggunakan metode Runge-Kutta orde empat.

d. Mensimulasikan data dan nilai-nilai parameter kedalam solusi numerik model penyakit Hepatitis B menggunakan metode Runge-Kutta orde empat pada aplikasi *maple*.

e. Menarik kesimpulan

E. Skema Penyelesaian Masalah

Skema penyelesaian masalah, ditunjukkan pada Gambar 3.1.



Gambar 3.1 Skema Penyelesaian Masalah

Skema Gambar 3.1, langkah-langkah penelitian dapat dijelaskan sebagai berikut:

1. Kajian pustaka

   Kajian pustaka merupakan suatu kajian yang dilakukan untuk mendapatkan data dan informasi dari buku-buku, artikel-artikel, jurnal dan skripsi atau tugas akhir yang terkait materi tentang model penyakit Hepatitis B, metode numerik yang akan digunakan yaitu metode Runge-Kutta orde empat untuk menyelesaikan model penyakit hepatitis B dan mempelajari data-data yang akan diambil.

2. Menentukan Model

   Model yang sudah ditentukan dan berbentuk akan diselsaikan secara numerik menggunakan metode Runge-Kutta orde empat, model yang ingin diselesaikan secara numerik dapat dilhat pada persamaan (2.22) hingga (2.25).

   Penyelesaian model dengan metode runge-kutta orde empat.Untuk menyelesaikan model penyakit Hepatitis B akan dilakukan solusi numerik pada persamaan (2.22) hingga (2.25) dengan menggunakan metode Runge-Kuttaorde empat seperti pada persamaan (2.17). Model penyakit hepatitis B diselesaikan dengan memasukkan nilai parameter-parameter dan nilai awal. Parameter yang akan dimasukkan meliputi π, ρ, β, μ, σ, γ, ω, dan φ. Nilai awal yg akan dimasukkan meliputi jumlah individu rentan (S), jumlah individu terekspose (E), jumlah individu terinfeksi (I), dan jumlah individu tervaksin(V).

3. Mengumpulkan data.

Mengumpulkan data yang dibutuhkan sesuai kelas populasi berdasarkan model matematika sebagai nilai awal dan nilai parameter penelitian ini data diambil dari Dinas Kesehatan Provinsi Sulawesi Selatan dan Badan Pusat Statistik Provinsi Sulawesi Selatan.

4. Melakukan simulasi.

Mensimulasikan model yang diselesaikan secara numerik dengan mensubtitusi nilai awal dan nilai parameter kedalam aplikasi *maple* untuk melihat hasil plot grafik dan iterasi selanjutnya.

5. Kesimpulan.

Dengan melihat plot grafik dapat ditarik kesimpulan berdasarkan semua kelas populasi penderita Hepatits B menggunakan metode Runge-Kutta orde empat di Provinsi Sulawesi Selatan.

BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini akan dipaparkan penyelesaian secara numerik model Hepatits B. Model penyakit Hepatitis B ini merupakan sistem persamaan diferensial nonlinier order satu. Kemudian sistem persamaan diferensial nonlinier order satu tersebut diselesaikan menggunakan metode runge-kutta orde empat. Pada bagian akhir akan dibahas tentang simulasi dan analisis hasil simulasi menggunakan metode runge-kutta orde empat.

A. Penyelesaian Model Dengan Metode Runge-Kutta Orde Empat

Perhatkan sistem persamaan (4.1).

$$\left.\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= (1-\rho)\pi - \frac{\beta SI}{\varphi(I)} - \mu S + \omega V \\ \frac{dE}{dt} &= \frac{\beta SI}{\varphi(I)} - (\mu+\sigma)E \\ \frac{dV}{dt} &= \rho\pi + \gamma I - (\mu+\omega)V \\ \frac{dI}{dt} &= \sigma E - (\mu+\gamma)I \end{aligned}\right\} \tag{4.1}$$

Sistem persamaan (4.1) diselesaikan menggunakan metode runge-kutta orde empat seperti pada persamaan (2.17) yaitu $x_{i+1} = x_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)h$ Model penyakit Hepatits B yang akan diselesaikan sudah merupakan sistem persamaan sehingga tidak perlu mengubahnya. Sistem persamaan (4.1) disubstitusikan pada persamaan Runge-Kutta orde empat sehingga diperoleh persamaan (4.2) sampai (4.5).

$$S_{i+1} = S_i + \frac{1}{6}h(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \tag{4.2}$$

$$E_{i+1} = E_i + \frac{1}{6}h(l_1 + 2l_2 + 2l_3 + l_4) \tag{4.3}$$

$$I_{i+1} = I_i + \frac{1}{6}h(m_1 + 2m_2 + 2m_3 + m_4) \tag{4.4}$$

$$V_{i+1} = V_i + \frac{1}{6}h(n_1 + 2n_2 + 2n_3 + n_4) \tag{4.5}$$

dengan

$$k_1 = f(t_i, S_i, E_i, I_i, V_i)$$

$$= (1-\rho)\pi - \frac{\beta S_i I_i}{\varphi(I)} - \mu S_i + \omega V_i$$

$$l_1 = g(t_i, S_i, E_i, I_i, V_i)$$

$$= \frac{\beta S_i I_i}{\varphi(I_i)} - (\mu + \sigma)E_i$$

$$m_1 = v(t_i, S_i, E_i, I_i, I_i)$$

$$= \sigma E_i - (\mu + \gamma)I_i$$

$$n_1 = w\left(t_i, S_i, E_i, I_i, I_{T_i}\right)$$

$$= \rho\pi + \gamma I_i - (\mu + \omega)V_i$$

$$k_2 = f\left(t_i + \frac{h}{2}, S_i + k_1\frac{h}{2}, E_i + l_i\frac{h}{2}, I_i + m_1\frac{h}{2}, V_i + n_1\frac{h}{2}\right)$$

$$= (1-\rho)\pi - \frac{\beta\left(S_i + k_1\frac{h}{2}\right)\left(I_i + m_1\frac{h}{2}\right)}{\varphi\left(I_i + m_1\frac{h}{2}\right)} - \mu\left(S_i + k_1\frac{h}{2}\right) + \omega\left(V_i + n_1\frac{h}{2}\right)$$

$$l_2 = g\left(t_i + \frac{h}{2}, S_i + k_1\frac{h}{2}, E_i + l_i\frac{h}{2}, I_i + m_1\frac{h}{2}, V_i + n_1\frac{h}{2}\right)$$

$$= \frac{\beta\left(S_i + k_1\frac{h}{2}\right)\left(I_i + m_1\frac{h}{2}\right)}{\varphi\left(I_i + m_1\frac{h}{2}\right)} - (\mu + \sigma)\left(E_i + l_1\frac{h}{2}\right)$$

$$m_2 = v\left(t_i + \frac{h}{2}, S_i + k_1\frac{h}{2}, E_i + l_i\frac{h}{2}, I_i + m_1\frac{h}{2}, V_i + n_1\frac{h}{2}\right)$$

$$= \sigma\left(E_i + l_1\frac{h}{2}\right) - (\mu + \gamma)\left(I_i + m_1\frac{h}{2}\right)$$

$$n_2 = w\left(t_i + \frac{h}{2}, S_i + k_1\frac{h}{2}, E_i + l_i\frac{h}{2}, I_i + m_1\frac{h}{2}, V_i + n_1\frac{h}{2}\right)$$

$$= \rho\pi + \gamma\left(I_i + m_1\frac{h}{2}\right) - (\mu + \omega)\left(V_i + n_1\frac{h}{2}\right)$$

$$k_3 = f\left(t_i + \frac{h}{2}, S_i + k_2\frac{h}{2}, E_i + l_2\frac{h}{2}, I_i + m_2\frac{h}{2}, V_i + n_2\frac{h}{2}\right)$$

$$= (1-\rho)\pi - \frac{\beta\left(S_i + k_2\frac{h}{2}\right)\left(I_i + m_2\frac{h}{2}\right)}{\varphi\left(I_i + m_2\frac{h}{2}\right)} - \mu\left(S_i + k_2\frac{h}{2}\right) + \omega\left(V_i + n_2\frac{h}{2}\right)$$

$$l_3 = g\left(t_i + \frac{h}{2}, S_i + k_2\frac{h}{2}, E_i + l_2\frac{h}{2}, I_i + m_2\frac{h}{2}, V_i + n_2\frac{h}{2}\right)$$

$$= \frac{\beta\left(S_i + k_2\frac{h}{2}\right)\left(I_i + m_2\frac{h}{2}\right)}{\varphi\left(I_i + m_2\frac{h}{2}\right)} - (\mu + \sigma)\left(E_i + l_2\frac{h}{2}\right)$$

$$m_3 = v\left(t_i + \frac{h}{2}, S_i + k_2\frac{h}{2}, E_i + l_2\frac{h}{2}, I_i + m_2\frac{h}{2}, V_i + n_2\frac{h}{2}\right)$$

$$= \sigma\left(E_i + l_2\frac{h}{2}\right) - (\mu + \gamma)\left(I_i + m_2\frac{h}{2}\right)$$

$$n_3 = w\left(t_i + \frac{h}{2}, S_i + k_2\frac{h}{2}, E_i + l_2\frac{h}{2}, I_i + m_2\frac{h}{2}, V_i + n_2\frac{h}{2}\right)$$

$$= \rho\pi + \gamma\left(I_i + m_2\frac{h}{2}\right) - (\mu + \omega)\left(V_i + n_2\frac{h}{2}\right)$$

$$k_4 = f(t_i + h, S_i + k_3h,\ E_i + l_3h,\ I_i + m_3h,\ V_i + n_3h)$$

$$= (1-\rho)\pi - \frac{\beta(S_i + k_3h)(\ I_i + m_3h)}{\varphi(I_i + m_3h)} - \mu S_i + k_3h + \omega(\ V_i + n_3h)$$

$$l_4 = g(t_i + h, S_i + k_3h,\ E_i + l_3h,\ I_i + m_3h,\ V_i + n_3h)$$

$$= \frac{\beta(S_i + k_3h)(\ I_i + m_3h)}{\varphi(I_i + m_3h)} - (\mu + \sigma)(\ E_i + l_3h)$$

$$m_4 = v(t_i + h, S_i + k_3h,\ E_i + l_3h,\ I_i + m_3h,\ V_i + n_3h)$$

$$= \sigma(\ E_i + l_3h) - (\mu + \gamma)(I_i + m_3h)$$

$$n_4 = w(t_i + h, S_i + k_3h,\ E_i + l_3h,\ I_i + m_3h,\ V_i + n_3h)$$

$$= \rho\pi + \gamma(I_i + m_3h) - (\mu + \omega)(\ V_i + n_3h)$$

B. Simulasi Model Secara Numerik Menggunakan Metode Runge-Kutta Orde Empat

Dalam sub bab ini, disimulasikan model penyakit Hepatitis B menggunakan metode runge-kutta orde empat di Provinsi Sulawesi Selatan. Simulasi ini dilakukan dengan mensubtitusikan nilai awal berupa data sekunder untuk seluruh kelas populasi yang ada pada model matematika pada penelitian ini dan parameter-parameter yang telah diberikan dalam pengaruhnya terhadap model penyakit Hepatits B. Aplikasi yang digunakan dalam simulasi ini adalah *maple*.

Langkah awal yang dilakukan yakni mengumpulkan data yang dibutuhkan di Dinas Kesehatan Provinsi Sulawesi Selatan dan Badan Pusat Statistik Provinsi Sulawesi Selatan seperti jumlah populasi penderita Hepatitis B jumlah populasi manusia yang rentan dan sehat terhadap penyakit Hepatitis B, populasi manusia yang terinfeksi tetapi belum bisa menularkan penyakit keindividu lainnya atau masih dalam masa inkubasi, populasi manusia yang telah terinfeksi penyakit dan dapat menularkan penyakitnya ke individu lainnya, dan populasi manusia yang tervaksin Hepatitis B tetapi juga dapat menjadi rentan karena tidak memiliki kekebalan alami dari tubuhnya.

1. Pengambilan Data

Dari data yang diperoleh di Dinas Kesehatan Provinsi Sulawesi Selatan dan Badan Pusat Statistik Provinsi Sulawesi Selatan sebanyak 8.520.304 jiwa adalah termasuk jumlah populasi S (*susceptiple*) karena tiap-tiap individu memiliki kemungkinan terinfeksi hepatitis B. Akan tetapi, populasi *susceptible* yang diambil pada studi kasus ini sebanyak 821.950 jiwa yang diperoleh dari 150.931 bayi dan 671.019 balita. Pada awal pertumbuhannya, nilai untuk populasi *ekposed* sebesar 0 jiwa yang merupakan titik awal dari penyebaran penyakit dimana individu dalam populasi *exposed* belum diketahui secara pasti berapa individu yang masuk dalam masa inkubasi ini. Populasi *eksposed* ini merupakan kumpulan individu yang sudah terjangkit virus hepatitis B yang hanya menunjukkan gejala tetapi belum sakit. Populasi *infected* yang dinotasikan dengan I didapatkan dengan menghitung dari jumlah kasus hepatitis B yakni sebanyak 504 jiwa. Populasi tervaksin (*vaccinated*) dihitung dari jumlah populasi bayi yang diberi vaksin sebanyak 559.950 jiwa yang diperoleh dari 150.227 HBO<7hari, 135 285.285 HB2, 133.948 HB3 karena wajib vaksinasi diberikan 4 kali pada bayi denag 3 dosis. Sehingga diperoleh nilai variable seperti pada table 4.1.

Tabel 4.1 Nilai awal

Variabel	Nilai	Keterangan
$S_{(0)}$	821.950	Data jumlah populasi manusia yang rentan terhadap penyakit Hepatitis B di Dinas Kesehatan Provinsi Sulawesi Selatan 2015
$E_{(0)}$	0	Data jumlah populasi manusia yang terdapat gejala virus Hepatitis B atau masih dalam masa inkubasi Dinas Kesehehatan Provinsi Selawesi Selatan 2015
$I_{(0)}$	504	Data jumlah populasi manusia yang telah terinfeksi penyakit Hepatits B dan dapat Dinas Kesehehatan Provinsi Selawesi Selatan 2015
V_0	3.426	Data jumlah populasi manusia yang tervaksin Hepatitis B tetapi juga dapat menjadi rentan Dinas Kesehehatan Provinsi Selawesi Selatan 2015

Sumber: Sulisdiana, 2016

Kemudian nilai parameter-parameter yang ada pada model penyakit Hepatits B dapat dilihat pada Tabel 4.2.

Tabel 4.2 Nilai parameter

Parameter	Definisi	Formulasi
$\boldsymbol{\pi}$	Laju kelahiran individu, kehadiran individu baru diasumsikan masuk ke dalam kelompok rentan	$\pi = \frac{jumlah\ individu\ baru}{bulan}$ $= \frac{150.931\text{ jiwa}}{\frac{671019}{12\ bulan}}$ $= 0{,}01874400476$ jiwa/bulan
$\boldsymbol{\rho}$	Tingkat individu rentan yang divaksinasi per bulan	$\rho = \frac{jumlah\ bayi\ yang\ tervaksin}{jumlah\ kelahiran}$ $= \frac{559.950}{150.931}\ tahun$ = 0,3091644526/bulan
$\boldsymbol{\beta}$	Tingkat individu rentan yang terinfeksi	$\beta = \frac{1}{jumlah\ rentan\ x\ masa\ pemulihan}$ $= \frac{1}{821.950 \text{ x } 6 \text{ bulan}}$ $= 0.0000002028$/bulan
$\boldsymbol{\mu}$	Laju kemtian alami	$\mu = \frac{1}{angka\ harapan\ hidup}$ $= \frac{1}{70{,}1\ tahun}$ $= \frac{1}{841{,}2\ bulan}$ $= 0{,}0011\ 887779$/bulan
$\boldsymbol{\sigma}$	Tingkat transmisi penyebaran individu *exposed* menjadi individu	$\sigma = \frac{1}{masa\ inkubasi}$ $= \frac{1}{\frac{60+90}{2hari}}$

	infected dengan σ adalah per masa inkubasi	$= \frac{1}{2{,}5\ bulan}$ $= 0{,}4/\text{bulan}$
$\boldsymbol{\gamma}$	Tingkat indivudu terinfeksi yang telah sembuh menjadi individu tervaksin	$\gamma = \frac{1}{masa\ pemulihan}$ $= \frac{1}{6\ \text{bulan}}$ $= \frac{0{,}1667}{\text{bulan}}$
$\boldsymbol{\omega}$	Tingkat individu kehilanagn kekebalan atau penurunn vaksin sehingga individu akan menjadi rentan kembali terhadap penyakit	$\omega = \frac{1}{masa\ rentan\ kembali}$ $= \frac{1}{209\ \text{hari}}$ $= \frac{1}{6{,}96\ \text{bulan}}$ $= 0{,}14/\text{bulan}$
$\boldsymbol{\varphi}$	Tingkat karantina individu yang terinfeksi atau tindakan perlindungan pada individu rentan	$\varphi(I) = \varphi(0) = 1$ (berarti tidak ada individu yang dikarantina)

Sumber: Sulisdiana, 2016

2. Simulasi

Simulasi yang dilakukan yaitu dengan mensubtitusikan nilai awal dan nilai parameter-parameter yang diberikan seperti pada Tabel 4.1 dan 4.2 kedalam persamaan (4.2) sampai (4.5) yang merupakan solusi numerik model penyakit Hepatitis B menggunakan metode Runge-Kutta orde empat yang selanjutnya akan digambarkan melalui plot grafik menggunakanaplikasi *maple.*

Waktu interval atau jarak langkah yang digunakan adalah $h = 0{,}01$. Selanjutnya diberikan $S_i = S_{(0)},\ E_i = E_{(0)},\ I_i = I_{(0)},\ V_i = V_{(0)}$ sebagai nilai awal sehingga diperoleh hasil solusi numerik model penyakit Hepatitis B menggunakan metode runge-kutta orde empat sebagaimana pada persamaan (4.5) sampai (4.8).

$$S_{0+1} = S_0 + \frac{1}{6}h(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \tag{4.5}$$

$$E_{0+1} = E_0 + \frac{1}{6}h(l_1 + 2l_2 + 2l_3 + l_4) \tag{4.6}$$

$$I_{0+1} = I_0 + \frac{1}{6}h(m_1 + 2m_2 + 2m_3 + m_4) \tag{4.7}$$

$$V_{0+1} = V_{0+1} + \frac{1}{6}h(n_1 + 2n_2 + 2n_3 + n_4) \tag{4.8}$$

dengan

$$k_1 = (1-\rho)\pi - \frac{\beta S_0 I_0}{\varphi(I_0)} - \mu S_0 + \omega V_0$$

$$= (1 - 0{,}3091644526)0{,}01874400476 - \frac{(0{,}0000002028)(821.950)(504)}{1(504)} -$$

$$\big((0{,}0011887779)(821.950)\big) + ((0{,}14)(3.426)$$

$$= -497{,}6297373$$

$$l_1 = \frac{\beta S_0 I_0}{\varphi(I_0)} - (\mu + \sigma)E_0$$

$$= \frac{(0{,}0000002028)(821.950)(504)}{1(504)} - (0{,}0011887779 + 0{,}4)0$$

$$= 0{,}16669146$$

$$m_1 = \sigma E_0 - (\mu + \gamma) I_0$$

$$= (0{,}4)0 - (0{,}0011887779 + 0{,}1667)504$$
$$= -84.61594406$$

$$n_1 = \rho\pi + \gamma I_0 - (\mu + \omega) V_0$$

$$= (0{,}3091644526)(0{,}01874400476) + (0{,}1667)(504) -$$

$$(0{,}0011887779 + 0{,}14)3426$$

$$= -399{,}690$$

$$k_2 = (1-\rho)\pi - \frac{\beta\left(S_0 + k_1 \frac{h}{2}\right)\left(I_0 + m_1 \frac{h}{2}\right)}{\varphi\left(I_0 + m_1 \frac{h}{2}\right)} - \mu\left(S_0 + k_1 \frac{h}{2}\right) + \omega\left(V_0 + n_1 \frac{h}{2}\right)$$

$$= (1 - 0{,}3091644526)0{,}01874400476 -$$

$$\frac{0{,}0000002028\left(821950 + (-497{,}6297373)\frac{0{,}01}{2}\right)\left(504 + (-84.61594406)\frac{0{,}01}{2}\right)}{1\left(504 + (-84.61594406)\frac{0{,}01}{2}\right)} -$$

$$0{,}0011887779\left(821950 + 8.191{,}398979\ \frac{0{,}01}{2}\right) + 0{,}14\left(3426 +\right.$$

$$\left.(-399{,}690)\frac{0{,}01}{2}\right)$$

$$= -497{,}9065621$$

$$l_2 = \frac{\beta\left(S_0 + k_1 \frac{h}{2}\right)\left(I_0 + m_1 \frac{h}{2}\right)}{\varphi\left(I_0 + m_1 \frac{h}{2}\right)} - (\mu + \sigma)\left(E_0 + l_1 \frac{h}{2}\right)$$

$$= \frac{0{,}0000002028\left(821950 + (-497{,}6297373)\ \frac{0{,}01}{2}\right)\left(504 + (-84.61594406)\frac{0{,}01}{2}\right)}{1\left(504 + (-84.61594406)\frac{0{,}01}{2}\right)} -$$

$$(0{,}0011887779 + 0{,}4)\left(0 + 0.16669146\frac{0{,}01}{2}\right)$$

$$= 0{,}1663565817$$

$$m_2 = \sigma\left(E_0 + l_1 \frac{h}{2}\right) - (\mu + \gamma)\left(I_0 + m_1 \frac{h}{2}\right)$$

$$= 0,4\left(0 + 0.16669146\,\frac{0,01}{2}\right) - (0,0011887779 + 0,1667)\left(504 + (-84.61594406)\,\frac{0,01}{2}\right)$$

$$= -84.54458035$$

$$n_2 = \rho\pi + \gamma\left(I_0 + m_1\,\frac{h}{2}\right) - (\mu + \omega)\left(V_0 + n_1\,\frac{h}{2}\right)$$

$$= (0,3091644526)(0,01874400476) + (0,1667)\left(504 + (-84.61594406)\,\frac{0,01}{2}\right) - (0,0011887779 + 0,14)\left(3426 + (-399,690)\,\frac{0,01}{2}\right)$$

$$= -399,478266$$

$$k_3 = (1 - \rho)\pi - \frac{\beta\left(S_0 + k_2\frac{h}{2}\right)\left(I_0 + m_2\frac{h}{2}\right)}{\varphi\left(I_0 + m_2\frac{h}{2}\right)} - \mu\left(S_0 + k_2\,\frac{h}{2}\right) + \omega\left(V_0 + n_2\,\frac{h}{2}\right)$$

$$= (1 - 0,3091644526)0,01874400476 - \frac{0,0000002028\left(821950 + (-497,9065621)\frac{0,01}{2}\right)\left(504 + (-84.54458035)\frac{0,01}{2}\right)}{1\left(504 + (-84.54458035)\frac{0,01}{2}\right)} - 0,0011887779\left(821950 + 8193.792473\;\frac{0,01}{2}\right) + 0,14\left(3426 + (-399,478266)\;\frac{0,01}{2}\right)$$

$$= -497,9064123$$

$$l_3 = \frac{\beta\left(S_0 + k_2\frac{h}{2}\right)\left(I_0 + m_2\frac{h}{2}\right)}{\varphi\left(I_0 + m_2\frac{h}{2}\right)} - (\mu + \sigma)\left(E_0 + l_2\,\frac{h}{2}\right)$$

$$= \frac{0,0000002028\left(821950 + (-497,9065621)\;\frac{0,01}{2}\right)\left(504 + (-84.54458035)\frac{0,01}{2}\right)}{1\left(504 + (-84.54458035)\frac{0,01}{2}\right)} - (0,0011887779 + 0,4)\left(0 + 0,1663565817\,\frac{0,01}{2}\right)$$

$= 0.1663572531$

$m_3 = \sigma\left(E_0 + l_2\frac{h}{2}\right) - (\mu+\gamma)\left(I_0 + m_2\frac{h}{2}\right)$

$= 0{,}4\left(0 + 0{,}1663565817\frac{0{,}01}{2}\right) - (0{,}0011887779 + 0{,}1667)\left(504 + \right.$

$\left.(-84.54458035)\frac{0{,}01}{2}\right)$

$= -84.54464092$

$n_3 = \rho\pi + \gamma\left(I_0 + m_2\frac{h}{2}\right) - (\mu+\omega)\left(V_0 + n_2\frac{h}{2}\right)$

$= (0{,}3091644526)(0{,}01874400476) + (0{,}1667)\left(504 + \right.$

$\left.(-84.54458035)\frac{0{,}01}{2}\right) - (0{,}0011887779 + 0{,}14)\left(3426 + \right.$

$\left.(-399{,}478266\ )\frac{0{,}01}{2}\right)$

$= -399{,}4786165$

$k_4 = (1-\rho)\pi - \frac{\beta(S_0+k_3h)(\ I_0+m_3h)}{\varphi(I_0+m_3h)} - \mu S_0 + k_3h + \omega(\ V_0 + n_3h)$

$= (1 - 0{,}3091644526)0{,}01874400476 -$

$\frac{0{,}0000002028\left(821950+(-497{,}9064123)(0{,}01)\right)\left(504+(-84.54464092)(0{,}01)\right)}{1\left(504+(-84.54464092)(0{,}01)\right)}$--

$0{,}0011887779(821950 + (-497{,}9064123)\ (0{,}01)) + 0{,}14(3426 +$

$(-399{,}4786165)\ (0{,}01))$

$= -498{,}1830873$

$l_4 = \frac{\beta(S_0+k_3h)(\ I_0+m_3h)}{\varphi(I_0+m_3h)} - (\mu+\sigma)(\ E_0 + l_3h)$

$= \frac{0{,}0000002028\left(821950+(-497{,}9064123)(0{,}01)\right)\left(504+(-84.54464092)(0{,}01)\right)}{1\left(504+(-84.54464092)(0{,}01)\right)} -$

$(0{,}0011887779 + 0{,}4)\left(0 + (0.1663572531)(0{,}01)\right)$

= 0.1660230436

$$m_4 = \sigma(E_0 + l_3h) - (\mu + \gamma)(I_0 + m_3h)$$

$$= 0,4(0.1663572531)(0,01) - (0,0011887779 + 0,1667)\big(504 + (-84.54464092)(0,01)\big)$$

$$= -84.47333767$$

$$n_4 = \rho\pi + \gamma(I_0 + m_3h) - (\mu + \omega)(V_0 + n_3h)$$

$$= (0,3091644526)(0,01874400476) + (0,1667)\big(504 + (-84.54464092)(0,01)\big) - (0,0011887779 + 0,14)\big((3426 + (-399,4786165)(0,01)\big)$$

$$= -399,267075$$

Kemudian dengan mensubtitusikan nilai k_1 sampai k_4, l_1 sampai l_4, m_1 sampai m_4 dan n_1 sampai n_4 kedalam persamaan (4.5) sampai (4.8) didapatkan hasil solusi numerik model penyakit Hepatitis B menggunakan metode Runge-Kutta orde empat sebagai berikut:

$$S_{0+1} = S_0 + \frac{1}{6}h(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

$$S_1 = 821950 + \frac{1}{6}0,01(-497,9065621 + 2(-497,9065621) + 2(= 497,9064123\ ) + (-498,1830873))$$

$$= 821945,0209$$

$$E_{0+1} = E_0 + \frac{1}{6}h(l_1 + 2l_2 + 2l_3 + l_4)$$

$$E_1 = 0 + \frac{1}{6}0,01(0.1666914600 + 2(0,1663565817) + 2(0.1663572531) + 0.1660230436)$$

$$= 0.001663570289$$

$$I_{0+1} = I_0 + \frac{1}{6} h(m_1 + 2m_2 + 2m_3 + m_4)$$

$$I_1 = 504 + \frac{1}{6} 0{,}01\big((-84.61594406) + 2(-84.54458035) +$$

$$2(-84.54464092) + (-84.47333767)\big)$$

$$= 503.1545538$$

$$V_{0+1} = V_0 + \frac{1}{6} h(n_1 + 2n_2 + 2n_3 + n_4)$$

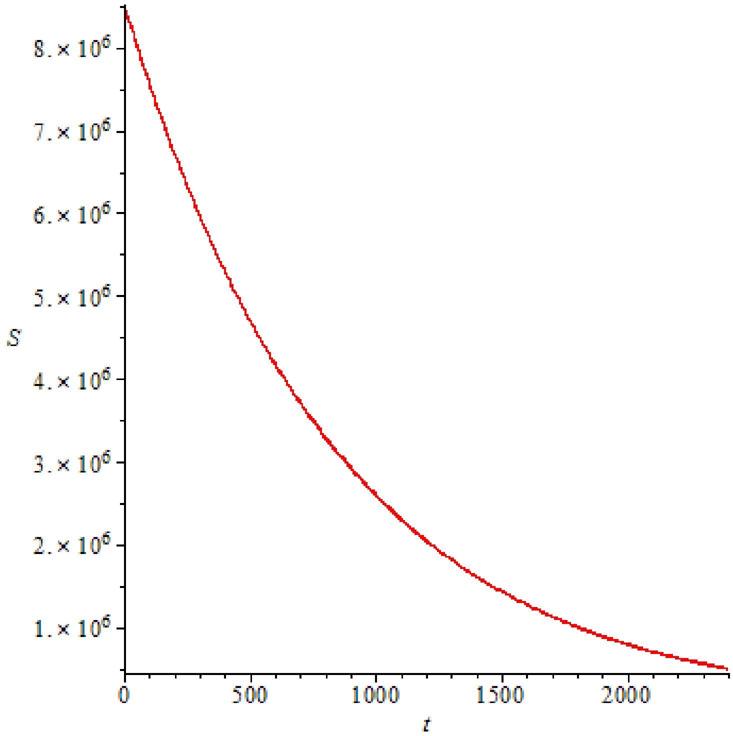
$$V_1 = 3426 + \frac{1}{6} 0{,}01((-399{,}690) + 2(-399{,}478266) + 2(-399{,}4786165) +$$

$$(-399{,}267075))$$

$$= 3422{,}005214$$

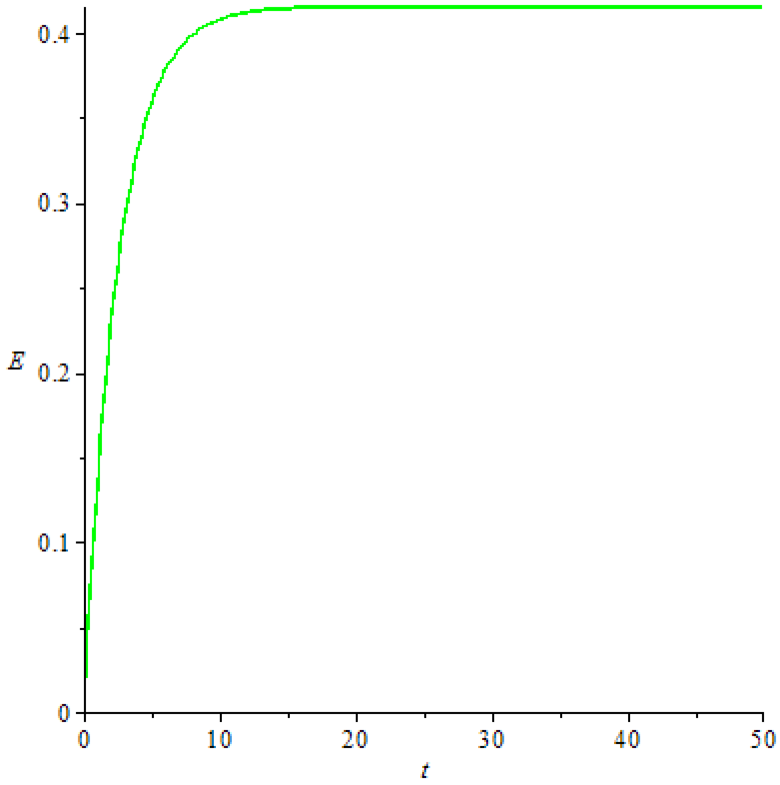
Jadi waktu t = 0,01 bulan diperoleh $(S) = 821945$, $(E) = 0$, $(I) = 503$, dan $(V) = 3422$. Selanjutnya dilakukan hal yang sama untuk iterasi selanjutnya dengan S_i, E_i, I_i, V_i dimana *i* = 1, 2, 3, ..., *dst* sebagai nilai awal.

Hasil iterasi solusi numerik model penyakit Hepatitis B menggunakan metode runge-kutta orde empat hingga t = 50 bulan untuk laju setiap kelas akan ditunjukkan ke dalam plot grafik. Hasil Iterasi untuk laju populasi rentan (S) akan ditunjukkan pada plot grafik seperti pada Gambar 4.1.



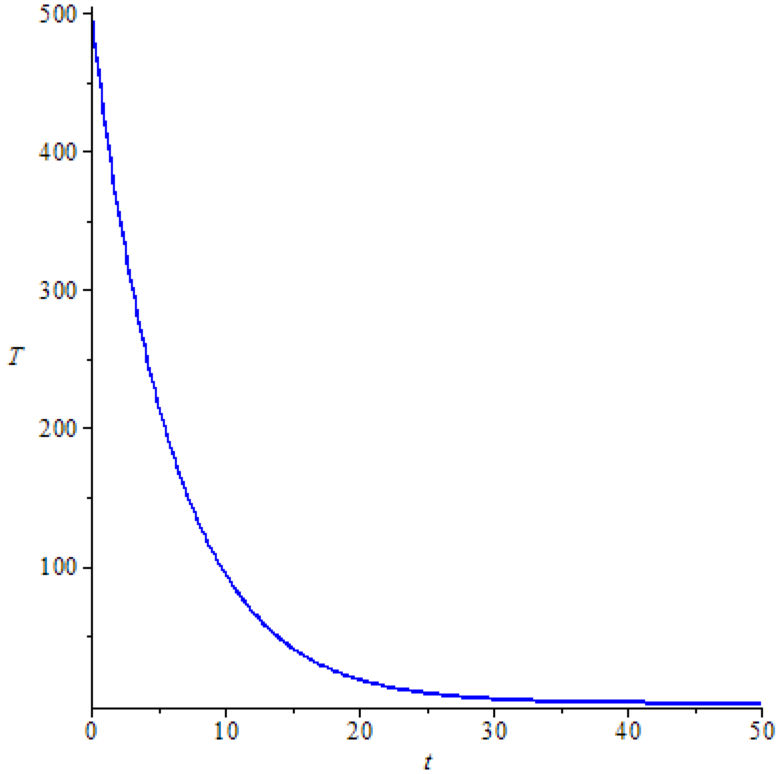
Gambar 4.1 Laju untuk kelas individu rentan (*S*)

Berdasaran gambar 4.1 dapat dilihat bahwa besarnya kelas individu rentan mengalami penurunan setiap bulannya hingga 50 bulan kedepan. Besarnya laju kelas individu rentan (*S)* pada saat t = 50 atau prediksi lajunya untuk lima puluh bulan adalah 778214 jiwa. Selanjutnya hasil iterasi untuk kelas individu terekspose (*E*) akan ditunjukkan pada plot grafik seperti pada Gambar 4.2.



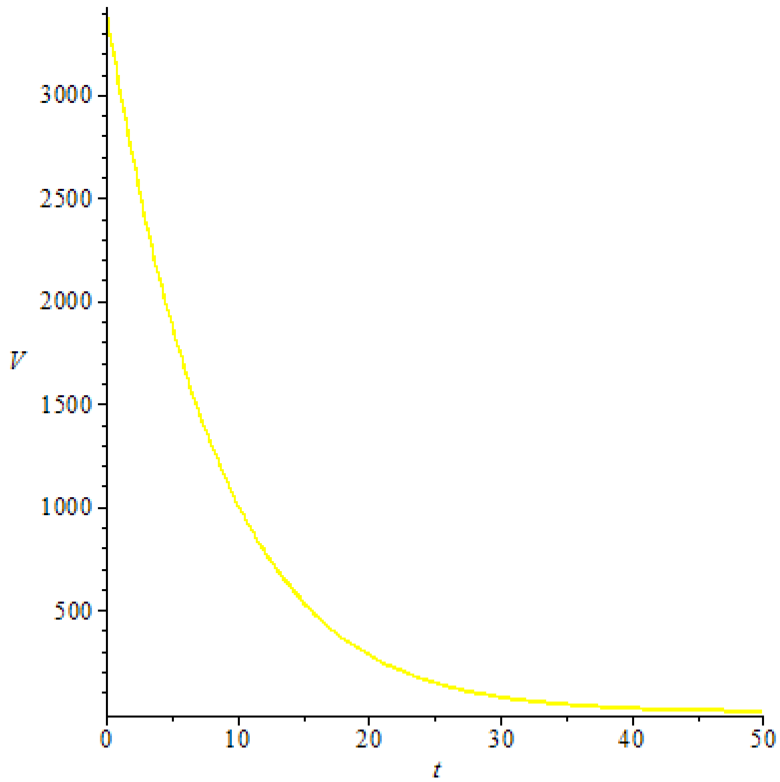
Gambar 4.2 Laju untuk kelas individu terekspose (*E*)

Berdasarkan Gambar 4.2 dapat dilihat bahwa besarnya kelas mengalami kenaikan setiap bulannya hingga 50 bulan kedepan dan stabil diangka 0,415. Besarnya laju kelas individu terekspose (*E*) pada saat t = 50 atau prediksi lajunya untuk 50 bulan adalah 0 jiwa. Selanjutnya hasil iterasi untuk kelas individu terinfeksi (*I*) akan ditunjukkan pada plot grafik seperti pada Gambar 4.3.



Gambar 4.3 Laju untuk kelas individu terinfeksi (*I*)

Berdasarkan Gambar 4.3 dapat dilihat bahwa besarnya kelas mengalami penurunan setiap bulannya hingga 50 bulan kedepan dan stabil diangka 1,103. Besarnya laju individu terinfeksi pada saat t = 50 adalah 1 jiwa. Selanjutnya hasil iterasi untuk kelas individu tervaksin (*V*) akan ditunjukkan pada plot grafik seperti pada Gambar 4.4.



Gambar 4.4 Laju kelas individu tervaksin (*V*)

Berdasarkan Gambar 4.4 dapat dilihat bahwa besarnya kelas mengalami penurunan setiap bulannya hingga 50 bulan kedepan dan stabil diangka 6,138. Besarnya laju kelas individu tervaksin pada saat t = 50 atau prediksi untuk sepuluh tahun kedepan adalah 6 jiwa. Hasil iterasi solusi numerik model penyakit hepatitis B menggunakan metode runge-kutta orde empat untuk laju seluruh kelas dapat dilihat pada tabel 4.3.

Tabel 4.3 Hasil iterasi

Iterasi	*t*(Bulan)	*S*	*E*	*I*	*V*
0	0	821950	0	504	3426
1	0,01	821945	0	503	3422
2	0,02	821940	0	502	3418
3	0,03	821935	0	501	3414
4	0,04	821930	0	500	3410
5	0,05	821925	0	499	3406

6	0,06	821920	0	498	3402
7	0,07	821915	0	498	3398
8	0,08	821910	0	497	3394
9	0,09	821904	0	496	3390
10	0,1	821900	0	496	3386
20	0,2	821849	0	487	3346
30	0,3	821798	0	479	3307
40	0,4	821747	0	471	3269
50	0,5	821694	0	463	3231
60	0,6	821642	0	456	3194
70	0,7	821588	0	448	3156
80	0,8	821535	0	440	3119
90	0,9	821480	0	433	3083
100	1	821426	0	426	3046
200	2	820852	0	360	2707
300	3	820233	0	305	2401
400	4	819575	0	258	2129
500	5	818882	0	218	1885
600	6	818157	0	184	1668
700	7	817405	0	156	1475
800	8	816627	0	132	1303
900	9	815828	0	112	1150
1000	10	815010	0	95	1015
2000	20	806176	0	18	281
3000	30	796865	0	4	76
4000	40	787506	0	2	20
5000	50	778214	0	1	6

C. Pembahasan

Hasil iterasi yang ditunjukkan baik pada plot grafik pada gambar 4.2 sampai 4.5 dan tabel 4.3 dapat dilihat bahwa besarnya laju kelas individu rentan (*S*) mengalami penurunan secara perlahan dikarenakan kelas individu tervaksi kembali ke populasi individu rentan, besarnya nilai laju kelas (*S*) pada iterasi ke-5000 atau pada saat t = 50 adalah 778214 jiwa. Untuk laju kelas individu terekspose (*E*) yang mengalami kenaikan dikarenakan banyaknya kelas individu rentan yang berpindah menjadi kelas individu terekspose, besarnya nilai kelas individu terekpose *(E)* pada iterasi ke-5000 atau pada saat t = 50 adalah 0 jiwa. Untuk laju kelas individu terinfeksi *(I)* mengalami penurun dikarenakan banyaknya populasi terinfeksi yang pindah ke populasi individu tervaksin dan mengalami kematian, besarnya nilai kelas individu terinfeksi *(I)* pada iterasi ke-5000 atau pada saat t = 50 adalah 1 jiwa. Untuk laju kelas individu tervaksin (*V*) yang mengalami penurunan dikarenakan adanya individu yang mati dan pindah atau kembali ke kelas individu rentan *(S)*, besarnya nilai kelas individu tervaksin *(V)* pada iterasi ke-5000 atau pada saat t = 50 adalah 6 jiwa.

Berdasarkan urian di atas, dapat disimpulkan bahwa besarnya laju nilai seluruh kelas pada saat $t=50$ mengalami penurunan dikarenakan berpindahnya kelas lain dan adanya individu yang mati.

Penelitian yang dilakukan oleh Astari (2017), menggunakan metode yang sama pada penelitian ini. Namun Astari (2017) mengkaji mengenai penyakit diabetes mellitus tampa faktor genitik dengan perawatan sedangkan penulis melakukan kajian pada penelitian yang dilakukan oleh Sulisdiana (2016) dengan menggunakan model matematikanya untuk diselesaikan secara numerik menggunakan metode rengu-kutta orde empat. Hasil yang simulasi Sulisdiana mendapatkan hasil yang hampir sama pada kelas rentan *(S)* Sulisdiana (2016) mendapatkan hasil yang hampir sama dengan peneliti yaitu mengalami penurun secara perlahan namun tidak akan habis dikarenakan kelas tervaksin *(I)* akan kembali ke kelas rentan *(S).*

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

A. Kesimpulan

Adapun kesimpulan pada penelitian ini yaitu sebagai berikut:

1. Hasil pada iterasi ke-1 model solusi numerik penyakit Hepatitis B menggunakan metode runge-kutta orde 4 dengan interval h=0,01 didapat $S_1 = 821945{,}0209$, $E_1 = 0.001663570289$, $I_1 = 503.1545538$ dan $V_1 = 3422{,}005214$ dan iterasi selanjutnya digunakan perangkat lunak maple.
2. Besarnya laju populasi-populasi yang ada pada model penyakit Hepatitis B menggunakan metode rengu-kutta orde empat untuk 50 bulan ke depan berdasarkan data pada tahun 2015 diperoleh laju poluasi individu rentan adalah 778214, laju populasi individu tereksposed adalah 0, laju populasi individu teinfeksi adalah 1 dan laju populasi individu tervaksin 6.

B. Saran

Pada penelitian ini, permasalahan yang dibahas adalah penyelesaian secara numerik model penyakit Hepatitis B menggunakan metode runge-kutta order empat, sehingga untuk penelitian berikutnya disarankan untuk menggunakan metode numerik yang berorde lebih tinggi dengan data yang lebih spesifik.

LAMPIRAN

UNIVERSITAS NEGERI MAKASSAR
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
JURUSAN MATEMATIKA
PUSAT KONSULTASI DAN ANALISIS DATA PENELITIAN
Sekretariat: Kampus UNM Parangtambung, Jl. Dg. Tata Raya, Jurusan Matematika FMIPA Lt. 2 Gd FG
Email: pusatanalisisdatamath@gmail.com Fax/Telphone: +62 411 840860

VALIDASI RUNNING PROGRAM
No: 71/PKADP.Mat.UNM/S1/XI/2017

Hasil dari program berikut telah dijalankan di depan tim validator dan hasilnya dilampirkan. Yang mengajukan validasi ini adalah

Nama	: Imam Satriyah Sair
NIM	: 1311141005
Judul Skripsi	: Solusi Numerik Model Penyebaran Penyakit Hepatitis B di Provinsi Sulawesi Selatan Menggunakan Metode Rengu-Kutta Orde Empat

Hasil validasi sah bila distempel dan pada kertas ber-kop PKADP Jurusan Matematika FMIPA UNM.

Demikian surat validasi *running program* ini dibuat dan dapat dipergunakan sebagaimana mestinya.

Makassar, 24 November 2017

Mengetahui,
Tim Validator

PUSAT ANALISIS DATA JURUSAN MATEMATIKA UNIVERSITAS NEGERI MAKASSAR

Irwan, S.Si., M.Si
NIP. 198702162015041002

Asisten Validator

Devi Ayu Lestari
NIM.1611042016

UNIVERSITAS NEGERI MAKASSAR
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
JURUSAN MATEMATIKA
PUSAT KONSULTASI DAN ANALISIS DATA PENELITIAN
Sekretariat: Kampus UNM Parangtambung, Jl. Dg. Tata Raya, Jurusan Matematika FMIPA Lt. 2 Gd FG
Email: pusatanalisisdatamath@gmail.com Fax/Telphone: +62 411 840860

HASIL VALIDASI

Syarat awal model SEIV penyakit Hepatitis B tahun 2015 Provinsi Sulawesi Selatan

Variabel	Nilai	Keterangan
$S_{(0)}$	821.950	Data jumlah populasi manusia yang rentan dan sehat terhadap penyakit Hepatitis B di Dinas Kesehatan Provinsi Sulawesi Selatan 2015
$E_{(0)}$	0	Data jumlah populasi manusia yang terinfeksi tetapi belum bisa menularkan penyakit Hepatitis B keindividu lainnya atau masih dalam masa inkubasi Dinas Kesehehatan Provinsi Selawesi Selatan 2015
$I_{(0)}$	504	Data jumlah populasi manusia yang telah terinfeksi penyakit Hepatits B dan dapat menularkan penyakitnya ke individu lainnya Dinas Kesehehatan Provinsi Selawesi Selatan 2015
V_0	3.426	Data jumlah populasi manusia yang tervaksin Hepatitis B tetapi juga dapat menjadi rentan Dinas Kesehehatan Provinsi Selawesi Selatan 2015

Sumber: Sulisdiana, 2016

PUSAT ANALISIS DATA JURUSAN MATEMATIKA UNIVERSITAS NEGERI MAKASSAR

UNIVERSITAS NEGERI MAKASSAR
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
JURUSAN MATEMATIKA
PUSAT KONSULTASI DAN ANALISIS DATA PENELITIAN
Sekretariat: Kampus UNM Parangtambung, Jl. Dg. Tata Raya, Jurusan Matematika FMIPA Lt. 2 Gd FG
Email: pusatanalisisdatamath@gmail.com Fax/Telphone: +62 411 840860

Nilai Parameter Model SEIV Matematiaka Penyakit Hepatitis B
tahun 2015Provinsi Sulawesi Selatan

Parameter	Definisi	Nilai (Bulan)
π	Laju kelahiran individu, kehadiran individu baru diasumsikan masuk ke dalam kelompok rentan	0,01874400476
ρ	Tingkat individu rentan yang divaksinasi per bulan	0,3091644526
β	Tingkat individu rentan yang terinfeksi	0.0000002028
μ	Laju kemtian alami	0,0011 887779
σ	Tingkat transmisi penyebaran individu *exposed* menjadi individu *infected* dengan σ adalah per masa inkubasi	0,4/bulan
γ	Tingkat indivudu terinfeksi yang telah sembuh menjadi individu tervaksin	0,1667
ω	Tingkat individu kehilanagn kekebalan atau penurunn vaksin sehingga individu akan menjadi rentan kembali terhadap penyakit	0,14
φ	Tingkat karantina individu yang terinfeksi atau tindakan perlindungan pada individu rentan	$\varphi(I) = \varphi(0) = 1$ (berarti tidak ada individu yang dikarantina)

Sumber: Sulisdiana, 2016

> $S := 821950$

$$S := 821950$$

> $E := 0$

$$E := 0$$

> $T := 504$

$$T := 504$$

> $V := 3426$

$$V := 3426$$

> $h := 0.01 :$

> $\mathrm{pi} := \dfrac{12577.583333333}{671019}$

$$\pi := 0.01874400476$$

> $\mathrm{rho} := 0.3091644526 :$

> $\mathrm{beta} := 0.0000002028 :$

> $\mathrm{mu} := 0.0011887779 :$

> $\mathrm{sigma} := 0.4 :$

> $gamm := 0.1667 :$

> $\mathrm{omega} := 0.14 :$

> $\mathrm{phi} := 1 :$

> $mi := \dfrac{\mathrm{beta}\cdot S\cdot T}{\mathrm{phi}\cdot(T)}$

$$mi := 0.1666914600$$

> $k1 := (1-\mathrm{rho})\cdot\mathrm{pi} - \dfrac{\mathrm{beta}\cdot S\cdot T}{\mathrm{phi}\cdot(T)} - (\mathrm{mu}\cdot S) + (\mathrm{omega}\cdot V)$

$$k1 := -497.6297373$$

> $l1 := \dfrac{\mathrm{beta}\cdot S\cdot T}{\mathrm{phi}\cdot(T)} - (\mathrm{mu}+\mathrm{sigma})\cdot E$

$$l1 := 0.1666914600$$

> $m1 := \mathrm{sigma}\cdot E - (\mathrm{mu}+gamm)\cdot T$

$$m1 := -84.61594406$$

> $n1 := \mathrm{rho}\cdot\mathrm{pi} + gamm\cdot T - (\mathrm{mu}+\mathrm{omega})\cdot V$

$$n1 := -399.6901581$$

> $k2 := (1-\mathrm{rho})\cdot\mathrm{pi} - \dfrac{\left(\mathrm{beta}\cdot\left(S+k1\cdot\left(\frac{h}{2}\right)\right)\cdot\left(T+m1\cdot\left(\frac{h}{2}\right)\right)\right)}{\mathrm{phi}\cdot\left(T+m1\cdot\left(\frac{h}{2}\right)\right)} - \mathrm{mu}\cdot\left(S+k1\cdot\left(\frac{h}{2}\right)\right) + \mathrm{omega}\cdot\left(V+n1\cdot\left(\frac{h}{2}\right)\right)$

$$k2 := -497.9065621$$

UNIVERSITAS NEGERI MAKASSAR
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
JURUSAN MATEMATIKA
PUSAT KONSULTASI DAN ANALISIS DATA PENELITIAN
Sekretariat: Kampus UNM Parangtambung, Jl. Dg. Tata Raya, Jurusan Matematika FMIPA Lt. 2 Gd FG
Email: pusatanalisisdatamath@gmail.com Fax/Telphone: +62 411 840860

$$> l2 := \frac{\left(\mathrm{beta}\cdot\left(S + k1\cdot\left(\frac{h}{2}\right)\right)\cdot\left(T + m1\cdot\left(\frac{h}{2}\right)\right)\right)}{\mathrm{phi}\cdot\left(T + m1\cdot\left(\frac{h}{2}\right)\right)} - (\mathrm{mu} + \mathrm{sigma})\cdot\left(E + l1\cdot\left(\frac{h}{2}\right)\right)$$

$$l2 := 0.1663565817$$

$$> m2 := \mathrm{sigma}\cdot\left(E + l1\cdot\left(\frac{h}{2}\right)\right) - (\mathrm{mu} + gamm)\cdot\left(T + m1\cdot\left(\frac{h}{2}\right)\right)$$

$$m2 := -84.54458035$$

$$> n2 := \mathrm{rho}\cdot\mathrm{pi} + gamm\cdot\left(T + m1\cdot\left(\frac{h}{2}\right)\right) - (\mathrm{mu} + \mathrm{omega})\cdot\left(V + n1\cdot\left(\frac{h}{2}\right)\right)$$

$$n2 := -399.4785266$$

$$> k3 := (1 - \mathrm{rho})\cdot\mathrm{pi} - \frac{\left(\mathrm{beta}\cdot\left(S + k2\cdot\left(\frac{h}{2}\right)\right)\cdot\left(T + m2\cdot\left(\frac{h}{2}\right)\right)\right)}{\mathrm{phi}\cdot\left(T + m2\cdot\left(\frac{h}{2}\right)\right)} - \mathrm{mu}\cdot\left(S + k2\cdot\left(\frac{h}{2}\right)\right) + \mathrm{omega}\cdot\left(V + n2\cdot\left(\frac{h}{2}\right)\right)$$

$$k3 := -497.9064123$$

$$> l3 := \frac{\left(\mathrm{beta}\cdot\left(S + k2\cdot\left(\frac{h}{2}\right)\right)\cdot\left(T + m2\cdot\left(\frac{h}{2}\right)\right)\right)}{\mathrm{phi}\cdot\left(T + m2\cdot\left(\frac{h}{2}\right)\right)} - (\mathrm{mu} + \mathrm{sigma})\cdot\left(E + l2\cdot\left(\frac{h}{2}\right)\right)$$

$$l3 := 0.1663572531$$

$$> m3 := \mathrm{sigma}\cdot\left(E + l2\cdot\left(\frac{h}{2}\right)\right) - (\mathrm{mu} + gamm)\cdot\left(T + m2\cdot\left(\frac{h}{2}\right)\right)$$

$$m3 := -84.54464092$$

$$> n3 := \mathrm{rho}\cdot\mathrm{pi} + gamm\cdot\left(T + m2\cdot\left(\frac{h}{2}\right)\right) - (\mathrm{mu} + \mathrm{omega})\cdot\left(V + n2\cdot\left(\frac{h}{2}\right)\right)$$

$$n3 := -399.4786165$$

$$> k4 := (1 - \mathrm{rho})\cdot\mathrm{pi} - \frac{(\mathrm{beta}\cdot(S + k3\cdot(h))\cdot(T + m3\cdot(h)))}{\mathrm{phi}\cdot(T + m3\cdot(h))} - \mathrm{mu}\cdot(S + k3\cdot(h)) + \mathrm{omega}\cdot(V + n3\cdot(h))$$

$$k4 := -498.1830873$$

$$> l4 := \frac{(\mathrm{beta}\cdot(S + k3\cdot(h))\cdot(T + m3\cdot(h)))}{\mathrm{phi}\cdot(T + m3\cdot(h))} - (\mathrm{mu} + \mathrm{sigma})\cdot(E + l3\cdot(h))$$

$$l4 := 0.1660230436$$

$$> m4 := \mathrm{sigma}\cdot(E + l3\cdot(h)) - (\mathrm{mu} + gamm)\cdot(T + m3\cdot(h))$$

$$m4 := -84.47333767$$

$$> n4 := \mathrm{rho}\cdot\mathrm{pi} + gamm\cdot(T + m3\cdot(h)) - (\mathrm{mu} + \mathrm{omega})\cdot(V + n3\cdot(h))$$

$$n4 := -399.2670750$$

Sekretariat: Kampus UNM Parangtambung, Jl. Dg. Tata Raya, Jurusan Matematika FMIPA Lt. 2 Gd FG
Email: pusatanalisisdatamath@gmail.com Fax/Telphone: +62 411 840860

> $S1 := S + \frac{1}{6} \cdot h \cdot (k1 + 2 \cdot (k2) + 2 \cdot (k3) + k4)$

$$S1 := 8.219450209\ 10^5$$

> $E1 := E + \frac{1}{6} \cdot h \cdot (l1 + 2 \cdot (l2) + 2 \cdot (l3) + l4)$

$$E1 := 0.001663570289$$

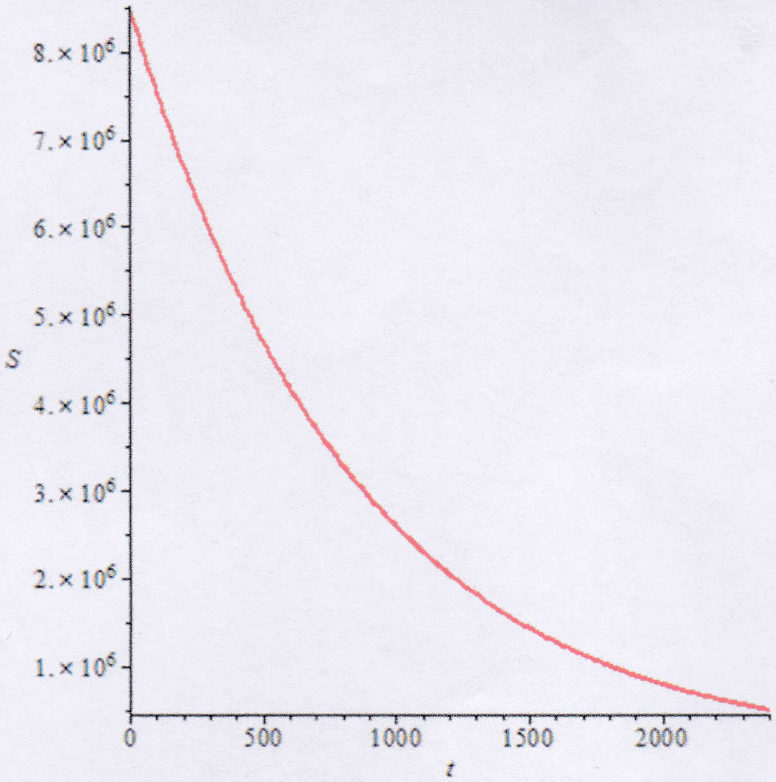
> $T1 := T + \frac{1}{6} \cdot h \cdot (m1 + 2 \cdot (m2) + 2 \cdot (m3) + m4)$

$$T1 := 503.1545538$$

> $V1 := V + \frac{1}{6} \cdot h \cdot (n1 + 2 \cdot (n2) + 2 \cdot (n3) + n4)$

$$V1 := 3422.005214$$

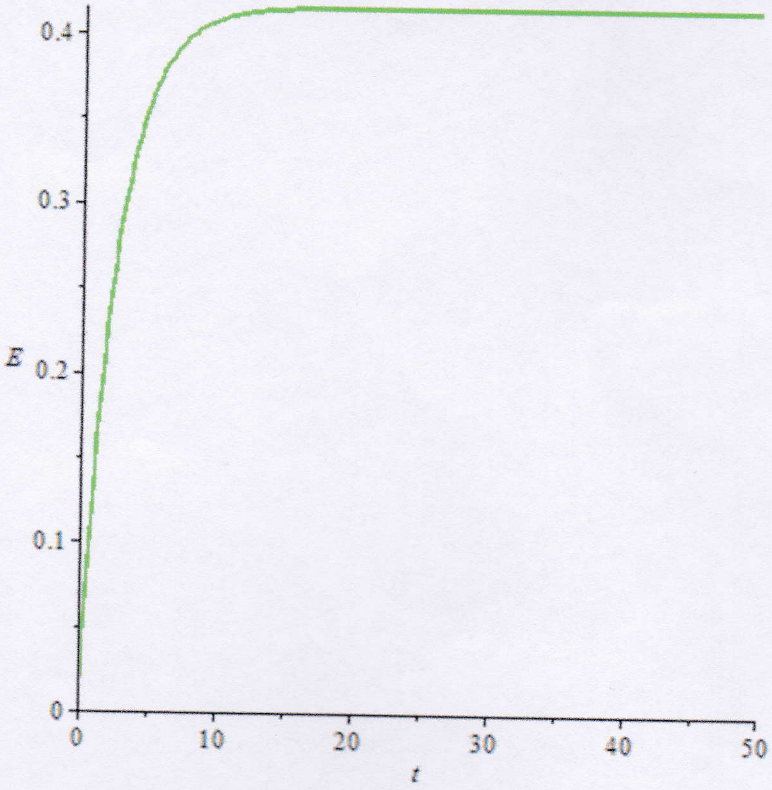
> *dsolve*[*interactive*]();



Laju kelas individu rentan (S)

UNIVERSITAS NEGERI MAKASSAR
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
JURUSAN MATEMATIKA
PUSAT KONSULTASI DAN ANALISIS DATA PENELITIAN
Sekretariat: Kampus UNM Parangtambung, Jl. Dg. Tata Raya, Jurusan Matematika FMIPA Lt. 2 Gd FG
Email: pusatanalisisdatamath@gmail.com Fax/Telphone: +62 411 840860

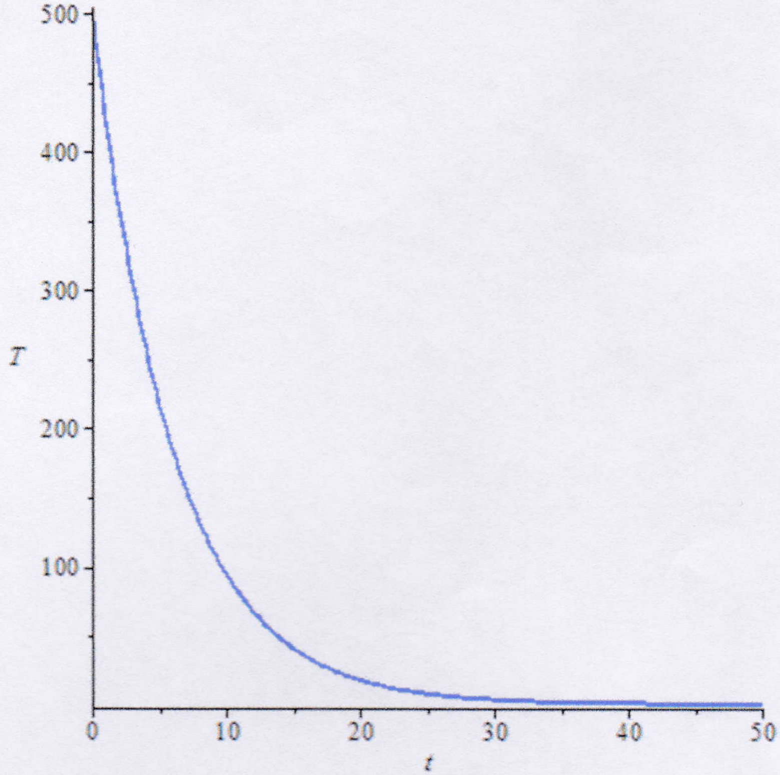
> *dsolve*[*interactive*]();



Laju kelas individu eskposed (E)

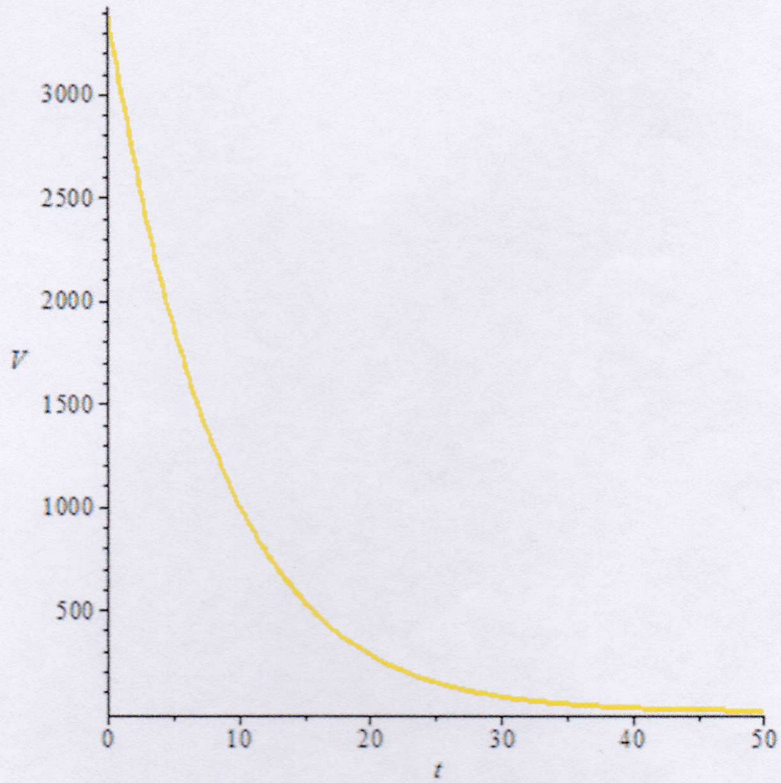
UNIVERSITAS NEGERI MAKASSAR
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
JURUSAN MATEMATIKA
PUSAT KONSULTASI DAN ANALISIS DATA PENELITIAN
Sekretariat: Kampus UNM Parangtambung, Jl. Dg. Tata Raya, Jurusan Matematika FMIPA Lt. 2 Gd FG
Email: pusatanalisisdatamath@gmail.com Fax/Telphone: +62 411 840860

> *dsolve*[*interactive*]();



Laju kelas individu terinfeksi (I)

> $dsolve[interactive]();$



Laju kelas individu tervaksin (V)

Jumalah penduduk pada tahun 2015 di Provinsi Sulawesi Selatan adalah 8.520.304 jiwa.

JUMLAH PENDUDUK TAHUN 2015 PROVINSI SULAWESI SELATAN	
8.520.304	Laki-laki = 4.160.975
	Perempuan = 4.359.329

Sumber: Sulisdiana, 2016

Jumlah bayi lahir pada tahun 2015 di Provinsi Sulawesi Selatan adalah 150.931 jiwa.

JUMLAH BAYI TAHUN 2015 PROVINSI SULAWESI SELATAN	
150.931	Laki-laki = 75.304
	Perempuan = 75.625

Sumber: Sulisdiana, 2016

Jumlah balita pada tahun 2015 di Provinsi Sulawesi Selatan adalah 671.019 jiwa.

JUMLAH BALITA TAHUN 2015 PROVINSI SULAWESI SELATAN	
671.019	Laki-laki = 341.985
	Perempuan = 329.034

Sumber: Sulisdiana, 2016

Jumlah bayi lahir pada tahun 2015 di Provinsi Sulawesi Selatan

No	Puskesmas	Bayi baru lahir		
		L	P	JUMLAH
1	2	3	4	5
1	Selayar	1061	1042	2103
2	Bulukumba	3362	3640	7002
3	Bantaeng	1639	1671	3310
4	Jeneponto	2710	2892	5602
5	Takalar	2740	2635	5373
6	Gowa	6510	6479	12989
7	Maros	2932	2707	5639
8	Sinjai	2236	2041	4277
9	Pangkep	2879	2863	5742
10	Barru	1632	1613	5249
11	Bone	6225	7552	13777
12	Soppeng	1495	1683	3178
13	Wajo	3422	3750	7172
14	Sidrap	2441	2570	5011
15	Pinrang	3508	3352	6860
16	Enrekang	1774	1750	3524
17	Luwu	3351	3267	6618
18	Tana toraja	2041	1958	3999
19	Luwu utara	2701	2552	5253
20	Luwu timur	3018	2788	5806
21	Makassar	13180	12165	25345
22	Pare-pare	1118	1210	2328
23	Palopo	1370	1422	2795
24	Toraja utara	1959	2023	3982
	Jumlah	75304	75627	150931

Sumber: Sulisdiana, 2016

LAPORAN BULANAN HASIL RUTIN BAYI PUSKESMAS

No	Puskesmas	Bayi baru lahir			HBO (0<7 Hari)			HB1			HB2			HB3		
		L	P	Jumlah	L	P	Jumlah	L	P	Jumlah	L	P	Jumlah	L	P	Jumlah
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	Selayar	1061	1042	2103	861	838	1699	734	716	1450	676	637	1313	653	654	1307
2	Bulukumba	3362	3640	7002	3173	3249	6422	2239	2214	4453	2221	2300	4511	2387	2402	4789
3	Bantaeng	1639	1671	3310	1694	1591	3282	873	873	1746	887	843	1730	919	860	1779
4	Jeneponto	2710	2892	5602	2550	2452	5002	2931	2972	5903	2916	2891	5807	2761	2866	5627
5	Takalar	2740	2635	5375	2722	2708	5430	1010	965	1975	609	585	1194	1083	1042	2125
6	Gowa	6510	6479	12989	6036	6088	12124	7017	7068	14085	6914	7000	13914	6837	6951	13788
7	Maros	2932	2707	5639	2464	2372	4836	3074	2946	6020	2986	2942	5928	2966	2914	5880
8	Sinjai	2236	2041	4277	2121	1920	4041	2031	1958	3989	1877	1889	3366	1864	1837	3701
9	Pangkep	2879	2863	5742	2555	2567	5122	2406	2340	4746	2348	2336	4684	2240	2319	4559
10	Barru	1632	1613	3245	1471	1477	2948	1012	1003	2015	1082	1053	2135	1040	1072	2112
11	Bone	6225	7552	13777	6454	6647	13101	5930	6443	12373	5730	6215	11945	5699	6159	11858
12	Soppeng	1495	1683	3178	1598	1492	3090	732	689	1421	690	654	1344	688	674	1363
13	Wajo	3422	3750	7172	3553	3448	7001	3567	3401	6968	3453	3271	6724	3389	3263	6652
14	Sidrap	2441	2570	5011	2327	2326	4653	2646	2391	5037	2612	2362	4974	2449	2339	4788
15	Pinrang	3508	3352	6860	4995	4303	8998	3972	3770	7742	3381	3083	6464	3416	3283	6799
16	Enrekang	1774	1750	2524	1527	1417	5944	906	849	1755	907	829	1736	940	840	1780
17	Luwu	3351	3267	6618	3735	3404	7139	2999	2829	5858	3101	3055	6156	3179	3143	6322
18	Tana toraja	2041	1958	3999	2231	1979	4210	2139	2003	4142	2179	2064	4238	2174	2060	4234
19	Luwu utara	2701	2552	5253	2337	2242	4579	2612	2393	5005	2453	20279	22732	2358	1662	4050
20	Luwu timur	3018	2788	5806	3869	2660	5527	2730	2625	5355	2616	2535	5151	2515	2400	4915
21	Makassar	13180	12165	25345	14798	14151	28949	15291	14607	29898	13900	13419	27379	13801	13305	27106
22	Pare-pare	1118	1210	2328	1312	1244	2556	1057	1044	2101	1057	1095	2152	978	932	1950
23	Palopo	1370	1424	2794	1393	1379	2772	933	895	1828	1393	1379	2772	953	895	1828
24	Toraja utara	1959	2023	3982	2003	1766	3799	2739	2316	4655	2340	2195	4536	2414	2223	4637
	JUMLAH	75304	75627	150931	76477	73750	510227	71180	69310	140490	68373	84912	135285	67783	66165	133948

Sumber: Sulisdiana, 2016

SURVEILANS TERPADU PENYAKIT BERBASIS PUSKESMAS
DI PROVINSI SUL-SEL PRIODE TAHUN 2015

NO	Jenis Penyakit	JANUARI	FEBRUARI	MARET	APRIL	MEI	JUNI	JULI	AGUSTUS	SEPTEMBER	OKTOBER	NOVEMBER	DESEMBER	JUMLAH
J	Kalera	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
2	Diare	10624	7120	5034	3851	3166	2316	3548	2863	1863	2524	2608	1087	46604
3	Diare berdara	386	254	331	1989	167	138	207	47	33	102	103	28	1985
4	Tifus perut klinis	1382	1192	1190	615	418	207	517	426	560	406	399	105	7417
5	TBC paru BTA (+)	398	137	168	80	277	161	69	290	276	361	330	236	2783
6	Tersangka TBC paru	971	748	431	339	307	371	216	342	560	513	532	193	5523
7	Kusta PB	64	7	70	28	14	8	8	0	2	2	2	0	205
8	Kusta MB	20	13	13	13	12	1	4	14	9	23	22	9	153
9	Campak	61	49	17	17	7	1	5	20	35	38	33	7	290
10	Difteri	11	0	0	0	0	1	1	23	40	24	23	17	140
11	Batuk rejang	89	0	0	0	0	0	0	2	0	0	2	2	95
12	Tetanus	1	0	0	0	0	0	0	1	6	4	1	5	18
13	Hepatitis klinis	74	32	21	13	20	3	15	43	75	86	89	33	504
14	Malaria krinis	305	305	248	116	152	73	85	25	18	12	20	6	1355
15	Malaria vivax	39	8	9	2	8	11	6	0	2	2	0	1	88
16	Malaria falcifarum	16	5	17	35	4	1	1	1	4	19	0	18	121
17	Malaria mix	7	1	8	0	16	2	0	1	2	1	0	0	38
18	Demam berdara dengue	285	241	197	87	57	27	119	208	253	263	180	171	2151
19	Demam dengue	274	206	222	89	14	2	21	42	37	41	26	21	996
20	Pneumonia	419	215	247	126	101	49	81	258	381	295	286	185	2645
21	Sifilis	34	0	1	3	2	8	0	0	10	6	6	0	70
22	Gonorrhoe	11	7	2	24	0	1	0	3	6	6	3	2	65
23	Frambusia	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
24	Filariasis	16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	16
25	ILI	9746	7681	9738	5298	7610	5388	3274	2812	1972	2538	3607	679	60520
26	Suspek AI/AI	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	TOTAL	25234	18401	16517	10925	12353	8769	8177	7481	6144	7270	8259	2806	132336

Sumber: Sulisdiana, 2016

PENGAJUAN DRAFT JUDUL SKRIPSI

IDENTITAS:

Nama :Imam satriyah sair
NIM :1311141005
HP/email :082347465010

Semester :VIII
IPS/Jh. SKS :2,98
IPK/Jh. SKS :3,04

RENCANA & VERIFIKASI JUDUL (tgl Verifikasi: ____________________)

No.	Draft Judul Usulan	Jumlah Mirip
1.	Solusi Numerik Model Penyebaran Penyakit Hepatitis B Di Provensi Sulawesi Selatan Menggunakan Metode Runge-Kutta orde Empat	
2.		

Makassar, 16 April 2017
Hormat yang mengajukan,

Mengetahui,
Dosen Penasehat Akademik,

Syafruddin Side, S.Si., M.Si, Ph.D
NIP. 19720202 199702 1 002

Imam Satriyah Sair
NIM: 1311141005

SARAN PEER GROUP (Nama Peergroup: ______________________________)

No.	Saran	Tgl/paraf
1.	Sudah Ok dan menarik untuk dilanjutkan	17/4/17

Nama Pembimbing diisi oleh Ketua Jurusan

Pembimbing	Nama Pembimbing
1.	Dr. Syafruddin Side, M.Si
2.	Dr. Rahmat Syam, M.T.

Ketua Jurusan Matematika
FMIPA UNM Makassar,

Dr. Awi Dassa, M.Si.
NIP. 19661110 199103 1 005

Makassar, 16 April 2017
Ketua Program Studi Matematika
FMIPA UNM Makassar,

Hj. Wahidah Sanusi M.Si., Ph.D.
NIP. 19700409 199702 2 001

KEMENTERIAN RISET TEKNOLOGI DAN PENDIDIKAN TINGGI
UNIVERSITAS NEGERI MAKASSAR (UNM)
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
Alamat : Kampus UNM Parangtambung, Jalan Daeng Tata Makassar
Telepon : 0411- 864936 Fax.0411-880568
Laman : http://mipa.unm.ac.id

Nomor : 1864/UN36.1/KM/2017 Makassar, 26 April 2017
Lamp : _ _ _ _ _
Hal : Pembimbing/Konsultan Skripsi Mahasiswa

Yth : Bapak/Ibu

1. Dr. Syafruddin Side, S.Si., M.Si.
2. Dr. H. Rahmat Syam, S.T. M.kom

Di
Makassar

Dengan hormat, sehubungan dengan surat Ketua Jurusan Matematika tanggal 21 April 2017 tentang hal tersebut di atas, maka kami menetapkan Bapak/Ibu Sebagai pembimbing/konsultan penulisan Skripsi Mahasiswa sesuai dengan nomor urut dibawah.

Nama : Imam Satriyah Sair
Stambuk : 1311141005
Jurusan : Matematika
Judul : **Solusi Numerik Model Penyebaran Penyakit Hepatitis B Di Provinsi Sulawesi Selatan Menggunakan Metode Runge-Kutta Orde Empat**

Untuk itu kami harapkan kesediaannya memberi petunjuk/bimbingan sampai dengan penyelesaian skripsinya.

Atas Perhatian dan kesediaannya kami Ucapkan Terimakasih.

Dekan,

KEMENTERIAN RISET, TEKNOLOGI, DAN PENDIDIKAN TINGGI
UNIVERSITAS NEGERI MAKASSAR
FMIPA

Prof. Dr. Abdul Rahman, M.Pd.
NIP. 19620417 198803 1 001

Format: P1

LEMBAR PERSETUJUAN SEMINAR PROPOSAL SKRIPSI

Judul Skripsi: Solusi Numerik Model Penyebaran Penyakit Hepatitis B di Provinsi Sulawesi Selatan Menggunakan Metode Runge-Kutta Orde Empat

Nama	: Imam Satriyah Sair
NIM	: 1311141005
Program Studi	: Matematika

Setelah melakukan pembimbingan dan mahasiswa tersebut telah memperbaiki proposalnya, maka kami menyatakan bahwa proposal ini dapat diseminarkan.

Menyetujui:

Pembimbing I	Pembimbing II
Dr. Syafruddin Side, S.Si., M.Si.	**Dr. H. Rahmat Syam, S.T., M.Kom.**
NIP. 19720202 199702 1 002	**NIP. 19710121 200312 1 002**

Mengetahui:

Ketua Jurusan Matematika FMIPA UNM	Ketua Program Studi Matematika
Dr. Awi, M.Si.	**Dr. Hj. Wahidah Sanusi, S.Si., M.Si.**
NIP. 19661110 199103 1 005	**NIP. 19730313 200003 1 001**

KEMENTERIAN RISET, TEKNOLOGI DAN PENDIDIKAN TINGGI UNIVERSITAS NEGERI MAKASSAR JURUSAN MATEMATIKA

KEMENTERIAN RISET, TEKNOLOGI DAN PENDIDIKAN TINGGI
UNIVERSITAS NEGERI MAKASSAR (UNM)
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
JURUSAN MATEMATIKA

Kantor: Kampus Universitas Negeri Makassar Parangtambung Jl. Dg. Tata, Telp. (0411) 883537

Nomor : 341 /UN36.1.MAT/PP/2017
Lamp. : 1 exp proposal
Hal : ***Undangan Seminar Proposal***

Kepada

Yth. Bapak/Ibu Dosen Pembimbing dan Penguji Seminar Proposal

1. *Prof.Syafruddin Side, S.Si., M.Si, Ph.* (Pembimbing I)
2. *Dr. H. Rahmat Syam, S.T. M.Kom* (Pembimbing II)
3. *Dr. Hisyam Ihsan, M.Si.* (Penguji I)
4. *Ahmad Zaki, S.Si., M.Si.* (Penguji II)
5. *Prof.Syafruddin Side, S.Si., M.Si, Ph.* (Moderator)

di
Makassar

Assalamu Alaikum Wr. Wb.

Dengan petunjuk Allah SWT., kami mengundang Bapak/Ibu untuk menghadiri seminar proposal dari mahasiswa:

Nama : Imam Satriyah Sair
N I M : 1311141005

yang insya Allah dilaksanakan pada:

Hari, tanggal : Jumat, 21 Juli 2017
J a m : 13.30 - Selesai
Tempat : Ruang 415 Gedung ICP Lt 4

Kehadiran Bapak/Ibu sangat diharapkan tepat pada waktunya dan tanpa kehadirannya, seminar proposal mahasiswa yang bersangkutan akan ditunda. Demikian undangan kami dan semoga Allah SWT merahmati kita semua.

Wassalamu Alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Makassar, 20 Juni 2017
Ketua Jurusan,

Dr. Awi, M.Si.
NIP. 19661110 199103 1 005

Catatan:
** Dosen Pembimbing dan Penguji sangat diharapkan kehadirannya.*

Format: H1

LEMBAR PERSETUJUAN SEMINAR HASIL

Judul Skripsi: Solusi Numerik Model Penyebaran Penyakit Hepatitis B di Provinsi Sulawesi Selatan Menggunakan Metode Runge-Kutta Orde Empat

Nama	: Imam Satriyah Sair
NIM	: 1311141005
Program Studi	: Matematika

Setelah melakukan pembimbingan dan mahasiswa tersebut telah memperbaiki draf hasil penelitiannya, maka kami menyatakan bahwa hasil penelitian ini dapat diseminarkan.

Menyetujui:

Pembimbing I	Pembimbing II
Prof. Dr. Syafruddin Side, S.Si., M.Si.	**Dr. H. Rahmat Syam, S.T., M.Kom**
NIP. 19720202 199702 1 002	**NIP. 19710121 200312 1 002**

Mengetahui:

Ketua Jurusan Matematika FMIPA UNM	Ketua Program Studi Matematika
Dr. Awi, M.Si.	**Dr. Hj. Wahidah Sanusi, S.Si., M.Si.**
NIP. 19661110 199103 1 005	**NIP. 19730313 200003 1 001**

KEMENTERIAN RISET, TEKNOLOGI DAN PENDIDIKAN TINGGI
UNIVERSITAS NEGERI MAKASSAR (UNM)
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
JURUSAN MATEMATIKA

Kantor: Kampus Universitas Negeri Makassar Parangtambung Jl. Dg. Tata, Telp. (0411) 883537

Nomor : 658 /UN36.1.MAT/PP/2017
Lamp. : 1 exp laporan hasil
Hal : ***Undangan Seminar Hasil***

Kepada

Yth. Bapak/Ibu Dosen Pembimbing dan Penguji Seminar Hasil

1. *Prof. Syafruddin Side, M.Si., Ph.D.* (Pembimbing I)
2. *Dr. H. Rahmat Syam, S.T. M.Kom* (Pembimbing II)
3. *Ahmad Zaki, S.Si., M.Si.* (Penguji I)
4. *Sulaiman, S.Si., M.Kom, M.M.* (Penguji II)
5. *Prof. Syafruddin Side, M.Si., Ph.D.* (Moderator)

di
Makassar

Assalamu Alaikum Wr. Wb.

Dengan petunjuk Allah SWT., kami mengundang Bapak/Ibu untuk menghadiri seminar hasil dari mahasiswa:

Nama : Imam Satriyah Sair
N I M : 1311141005

yang insya Allah dilaksanakan pada:

Hari, tanggal : Jumat, 15 Desember 2017
J a m : 10.00 - Selesai
Tempat : Ruang Seminar Jur. Matematika Gedung ICP

Kehadiran Bapak/Ibu sangat diharapkan tepat pada waktunya dan tanpa kehadirannya, seminar hasil mahasiswa yang bersangkutan akan ditunda. Demikian undangan kami dan semoga Allah SWT merahmati kita semua.

Wassalamu Alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Makassar, 5 Desember 2017

Ketua Jurusan,

KEMENTERIAN RISET, TEKNOLOGI DAN PENDIDIKAN TINGGI
UNIVERSITAS NEGERI MAKASSAR
JURUSAN MATEMATIKA

Dr. Awi, M.Si.
NIP. 19661110 199103 1 005

Catatan:
** Dosen Pembimbing dan Penguji sangat diharapkan kehadirannya.*

Format: S1

LEMBAR PERSETUJUAN UJIAN SKRIPSI

Judul skripsi: Solusi Numerik Penyebaran Penyakit Hepatitis B di Provinsi Sulawesi Selatan Menggunakan Metode Rengu-kutta Orde Empat

Nama	: Imam Satriyah Sair
NIM	: 1311141005
Program Studi	: Matematika

Setelah melakukan pembimbingan dan mahasiswa tersebut telah memperbaiki draf skripsinya, maka kami menyatakan bahwa draf skripsi ini dapat diujiankan.

Menyetujui:

Pembimbing I

Prof. Dr. Syafruddin Side, S.Si., M.Si.
NIP. 19720202 199702 1 002

Pembimbing II

Dr. H. Rahmat Syam, S.T., M.Kom
NIP. 19710121 200312 1 002

Mengetahui:

Ketua Jurusan Matematika FMIPA UNM

Dr. Awi Dassa, M.Si.
NIP. 19661110 199103 1 005

Ketua Program Studi Matematika

Dr. Hj. Wahidah Sanusi, S.Si., M.Si., Ph.D.
NIP. 197004091 199702 2 001

KEMENTERIAN RISET, TEKNOLOGI DAN PENDIDIKAN TINGGI
UNIVERSITAS NEGERI MAKASSAR (UNM)
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
Alamat: Kampus UNM Parangtambung, Jl. Daeng Tata Makassar
Telepon : 0411-864936 Fax. 0411-880568
Laman : http://mipa.unm.ac.id

Makassar, 8 Januari 2018

Nomor : 87 /UN36.1/PP/2018
Lamp. : 1 (satu) Naskah Skripsi
Hal : ***Undangan Ujian Skripsi***

Kepada

Yth. Bapak/Ibu Dosen Tim Penguji Skripsi

1. Ketua Ujian : *Drs. Suwardi Annas, M.Si., Ph.D.*
2. Sekretaris : *Dr. H. Rahmat Syam, S.T. M.Kom*
3. Pembimbing I : *Prof. Syafruddin Side, M.Si., Ph.D.*
4. Pembimbing II : *Dr. H. Rahmat Syam, S.T. M.Kom*
5. Penguji I : *Ahmad Zaki, S.Si., M.Si.*
6. Penguji II : *Sulaiman, S.Si., M.Kom, M.M.*

di
Makassar

Assalamu Alaikum Wr. Wb.
Dengan petunjuk Allah SWT., kami mengundang Bapak/Ibu menghadiri dan menguji

Nama : Imam Satriyah Sair
N I M : 1311141005
Judul Skripsi : SOLUSI NUMERIK MODEL PENYEBARAN PADA PENYAKIT HEPATITIS B DI PROVINSI SULAWESI SELATAN MENGGUNAKAN METODE RUNGE-KUTTA ORDE EMPAT

yang insya Allah dilaksanakan pada:

Hari, tanggal : Jumat, 26 Januari 2018
J a m : 10.00 - Selesai
Tempat : Ruang 419 Gedung ICP Lt 4

Kehadiran Bapak/Ibu sangat diharapkan tepat pada waktunya dan tanpa kehadirannya, ujian skripsi yang bersangkutan akan ditunda.
Demikian undangan kami dan semoga Allah SWT merahmati kita semua.
Wassalamu Alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Dekan,

Prof. Dr. Abdul Rahman, M.Pd.
NIP.: 19620417 198803 1 001

Catatan:
Diharapkan datang paling lambat 5 menit sebelum ujian dimulai

RIWAYAT HIDUP

Imam Satriyah Sair, lahir di Onto Selayar pada tanggal 25 Januari 1995 dari pasangan Muh. Sair S.Ag. dan Nur Hairiyah. Penulis memulai jenjang pendidikan taman kanak-kanak di TK Idhdata pada tahun 2000 hingga tahun 2001, kemudian melanjutkan pendidikan sekolah dasar di SD Inpres Onto pada tahun yang sama hingga tahun 2007, pada tahun yang sama penulis melanjutkan pendidikan menengah pertama di SMP Babussalam Selayar dan tamat pada tahun 2010, kemudian melanjutkan pendidikan menengah atas di SMAN 2 Selayar (SMAN 1 Bontomatene) dan tamat pada tahun 2013. Penulis melanjutkan studinya di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Makassar pada tahun 2013 dan menyelasaikan studi S1 pada tahun 2018.